

*Citation:*

W.R. van Zwet, Levensbericht A.N. Kolmogorov, in:  
Jaarboek, 1989, Amsterdam, pp. 166-171



*Andrei Nikolaevich Kolmogorov*

## Andrei Nikolaevich Kolmogorov

25 april 1903–20 oktober 1987

Op 20 oktober 1987 overleed te Moskou op 84-jarige leeftijd ons buitenlands lid Andrei Nikolaevich Kolmogorov. Kolmogorov wordt algemeen beschouwd als een der grootste wiskundigen van deze eeuw, en tevens een van de meest veelzijdige. De eerbewijzen die hem tijdens zijn leven ten deel vielen zijn letterlijk te veel om hier op te noemen: hij ontving niet minder dan dertien hoge onderscheidingen van de regering van de Sovjet-Unie; in 1939 werd hij lid van de USSR Akademie van Wetenschappen en in 1966 van de USSR Akademie van Pedagogische Wetenschappen; hij ontving een tweetal prijzen van de USSR Akademie van Wetenschappen, alsmede de Balzanprijs en de Wolf-prijs; hij was lid, buitenlands lid, of erelid van elf buitenlandse Academies van Wetenschappen, waaronder de onze; hij ontving vier ere-doctoraten en was erelid van tal van wetenschappelijke verenigingen.

Andrei Nikolaevich Kolmogorov werd geboren op 25 april 1903 in Tambov. Zijn moeder, Mariya Yakovlevna Kolmogorovna overleed bij zijn geboorte. Hij werd geadopteerd door zijn tante Vera Yakovlevna en bracht zijn eerste jaren door in het huis van zijn grootvader in het dorp Tunoshna in de omgeving van Yaroslavl. In 1910 verhuisde Vera Yakovlevna en haar geadopteerde zoon naar Moskou, waar hij het E.A. Repman Gymnasium bezocht, een voortreffelijke school waar men de intellectuele ambities van de leerlingen zoveel mogelijk aanmoedigde. In de jaren direct na de revolutie was het leven in Moskou echter niet direct bevorderlijk voor ernstige studie. Hij bereidde zich op zijn eindexamen voor terwijl hij aan de spoorweg van Kazan naar Swerdlovsk werkte. Enigszins tot zijn teleurstelling kreeg hij in 1920 zijn diploma uitgereikt zonder examen te hebben afgelegd.

In 1920 werd Kolmogorov als student in de wis- en natuurkunde ingeschreven aan de Universiteit van Moskou; daarnaast studeerde hij aanvankelijk ook metallurgie en geschiedenis. Na afloop van zijn eerste jaar verkeerde hij in relatieve materiële welstand: maandelijks ontving een tweede-jaars student 16 kg brood en 1 kg boter; kleren had hij al en schoenen met houten zolen maakte hij zelf. In de wiskunde was hij naar eigen zeggen toen al redelijk ver gevorderd en aan het einde van zijn tweede jaar deed hij een ontdekking die alom diepe indruk maakte: hij construeerde een voorbeeld van een Lebesgue sommeerbare functie waarvan de Fourier reeks bijna overal divergeert; kort daarna liet hij zien dat ook divergentie overal mogelijk is. Om zijn toch wel magere studiebeurs aan te vullen was hij van 1922 tot 1925 bovendien leraar in de wis- en natuurkunde, wat hij met veel enthousiasme deed.

Na ook op ander gebieden van de wiskunde opmerkelijke bijdragen te hebben geleverd, kwam Kolmogorov in 1924 in aanraking met de kansrekening, het terrein waar zijn werk de grootste bekendheid zou krijgen. Zijn eerste werk deed hij samen met A.Ya Khinchin en het toont duidelijk de grote kennis van de analyse die hij

zich inmiddels als student van N.N. Luzin had eigen gemaakt. Zij bewezen het fundamentele drie-reeksen criterium voor convergentie bijna overal van een som van een rij onafhankelijke stochastische grootheden. Een moeilijk probleem was in zeer kort bestek volledig opgelost. Naar pas later zou blijken was dit echter niet het enige: de methode die Kolmogorov hier introduceerde bleek een krachtig hulpmiddel voor het oplossen van tal van andere problemen. Dit is trouwens kenmerkend voor zijn gehele werk. Steeds weer loste hij de moeilijkste wiskundige problemen van zijn tijd op met methoden die veel verder reikten dan de problemen zelf.

In 1928 geeft Kolmogorov nodige en voldoende voorwaarden voor de wet van de grote aantallen, een van de voornaamste objecten van studie in de kansrekening sinds de ontdekking ervan door Jacob Bernoulli in 1813. Direct daarna bewijst hij onder zeer algemene voorwaarden de wet van de geïntereerde logaritmie, die de convergentie snelheid in de wet van de grote aantallen aangeeft. Daarmee besluit hij in 1929 zijn universitaire studie, met 18 wetenschappelijke artikelen op zijn naam. Daar de academische graden pas in 1934 weer werden ingevoerd, werd hem eerst in 1935 de doctorsgraad toegekend.

Op voorspraak van Pavel Sergeevich Alexandrov werd Kolmogorov in 1929 medewerker van het Instituut voor Wiskunde en Mechanica van de Universiteit van Moskou; in 1931 werd hij hoogleraar te Moskou en in 1933 directeur van het Instituut voor Wetenschappelijk Wiskundig Onderzoek. Van die tijd dateert zijn vriendschap met Alexandrov, die meer dan een halve eeuw zou duren. Samen reisden zij in 1930 en 1931 naar Duitsland en Frankrijk waar Kolmogorov met de groten in de wiskunde van die tijd kennis maakte.

Zijn wetenschappelijk werk groeit in de dertiger jaren zowel in diepte als in breedte. In 1931 verschijnt zijn artikel over analytische methoden in de kansrekening waarin hij de grondslagen legt voor de theorie van de Markov-processen en het diepe verband tussen de kansrekening waarin hij de grondslagen legt voor de theorie van de Markov-processen en het diepe verband tussen de kansrekening en de theorie van tweede-orde differentiaalvergelijkingen blootlegt. In 1933 publiceert hij zijn klassiek geworden monografie over de grondslagen van de kansrekening, waarin hij niet alleen de axiomatic van de kansrekening geeft, maar tevens de wiskundige basis legt voor de studie van de theorie van de stochastische processen. De invloed van dit dunne boekje dat de plaats van de kansrekening in de wiskunde duidelijk maakte is nauwelijks te overschatten. In dezelfde periode gaf hij een representatie van oneindig deelbare kansverdelingen, berekende de limietverdeling van de maximale afwijking van een empirische verdelingsfunctie tot de ware verdelingsfunctie (de Kolmogorov test), classificeerde het asymptotische gedrag van een Markov keten met aftelbare toestandsruimte en bestudeerde Brownse beweging en diffusie processen. Hierbij ging het steeds om fundamentele zaken die een diep spoor in de verdere ontwikkeling van de kansrekening hebben nagelaten. Het werk over de empirische verdelingsfunctie ligt bovendien aan de wortels van de mathematische statistiek. Tussen de bedrijven door verrichtte hij ook een toegepast statistisch onderzoekje, dat enige sensatie verwerkte: in 1940 toonde hij aan dat de gegevens die de volgelingen van Lysenko gebruikten om de theorie van Mendel te bestrijden, in feite een indrukwekkende nieuwe bevestiging van deze theorie vormden!

Naast deze bijdragen aan de kansrekening en statistiek hield Kolmogorov zich in

deze periode met zulke uiteenlopende onderwerpen als projectieve meetkunde, functies van een reële variabele, topologie, mathematische logica, mathematische biologie, wijsbegeerte en geschiedenis van de wiskunde bezig. In de topologie ontwikkelde hij gelijktijdig met Alexander in de Verenigde Staten de theorie der cohomologie groepen en het begrip homologie ring, dat een van de vruchtbaarste begrippen in de topologie zou worden. Daarnaast gaf hij een zeer algemene formulering van het dualiteitsprincipe voor gesloten verzamelingen in een lokaal compacte volledig reguliere topologische ruimte. Ook gaf hij een voorbeeld van een open afbeelding die de eendimensionale ruimte op de tweedimensionale afbeeldt. Met zijn werk over de fout in de benadering van een differentieerbare functie door zijn Fourier reeks, en van een klasse functies door lineaire combinaties van  $n$  optimaal gekozen functies, gaf hij een nieuwe richting aan in de approximatietheorie. Voor het eerst komen wij hier het begrip Kolmogorov-diameter van een klasse functies tegen, dat later in zijn werk nog een grote rol zou spelen.

Aan het eind van de dertiger jaren raakte Kolmogorov geïnteresseerd in turbulentie. Een beschrijving van dit verschijnsel is noodzakelijkerwijs statistisch van aard, en Kolmogorov bestudeerde turbulentie dan ook als een toepassing van maattheorie in functieruimten. Zijn belangrijkste bijdrage is echter meer natuurkundig dan wiskundig van aard. Op grond van de lokale zelf-gelijkvormigheid van het systeem leidde hij de fundamentele wetten van turbulente stroming af, die later door metingen en laboratorium experimenten niet alleen werden bevestigd, maar ook verrassend nauwkeurig bleken.

Daarnaast is zijn werk in het begin van de veertiger jaren voornamelijk gewijd aan de studie van stochastische processen met stationaire incrementen en het verband met de meetkunde van een Hilbert ruimte. Ook laat de tweede wereldoorlog zijn sporen in zijn werk achter: in een tweetal artikelen laat hij ondermeer zien dat optimaal artillerievuur meestal niet bestaat uit het proberen om bij ieder schot het doel te raken! Een kunstmatige grotere spreiding is doorgaans beter.

In 1948 maakt hij door het boek van Cramér kennis met de moderne mathematische statistiek en geeft zich veel moeite deze ideeën in de Sovjet-Unie te verbreiden. Ook houdt hij zich bezig met vertakkingsprocessen. In 1949 verschijnt het standaardwerk van B.V. Gnedenko en Kolmogorov over de limietverdelingen van sommen van onafhankelijke stochastische grootheden.

In de vijftiger jaren volgt weer een ware explosie van creativiteit. Zijn werk aan de theorie van dynamische systemen valt in twee delen uiteen: het eerste deel is rechtstreeks geïnspireerd door problemen uit de klassieke mechanica en brengt inderdaad een aantal belangrijke problemen in de mechanica tot een oplossing. Hierover sprak hij tijdens het International Congress of Mathematicians in 1954 in Amsterdam. Het tweede deel heeft sterke banden met de informatietheorie, waar Kolmogorov inmiddels in geïnteresseerd was geraakt. Zijn studie van de wiskundige basis van deze door Shannon geïntroduceerde theorie leidde tot de definitie van de Kolmogorov-Sinai entropie van dynamische systemen, die een zeer belangrijke rol zou spelen in de ergoden theorie van deze systemen, met name voor de metrische classificatie ervan. Een ander belangrijk begrip dat hij tegelijkertijd invoerde was dat van een quasi-regulier systeem, dat naar zijn ontdekker nu K-systeem heet.

Kenmerkend voor Kolmogorov, had zijn belangstelling voor de informatie theo-

rie ook nog totaal onverwachte gevolgen op een geheel ander terrein. Teruggrijpend op zijn werk over approximatietheorie uit de dertiger jaren, introduceerde hij in 1955–1956 de epsilon-entropie van een verzameling in een metrische ruimte, een begrip dat rechtstreeks verwant is aan de Kolmogorov-diameter, en dat de ‘omvang’ van die verzameling aangeeft. De gevolgen lieten niet lang op zich wachten. In 1957 verkreeg hij met behulp van dit begrip een uiterst verrassend resultaat: iedere continue functie van  $n$  variabelen kan worden verkregen door het samenstellen van continue functies van één variabele en optelling. Ondermeer werd hiermee het 13e probleem van Hilbert in negatieve zin beantwoord. Overigens vindt de epsilon-entropie tot de dag van vandaag nieuwe toepassingen en vormt bij voorbeeld de basis voor de moderne theorie van empirische processen in de kansrekening, en van niet-parametrische regressie in de mathematische statistiek.

Hoewel vrij algemeen werd aangenomen dat de studie van de klassieke limietstellingen in de kansrekening wel ten einde was, blies Kolmogorov dit soort problemen in 1953 nieuw leven in. Hij liet zien dat de  $n$ -voudige convolutie van een kansverdeling door een oneindig deelbare verdeling zo goed kan worden benaderd dat het verschil naar nul convergeert, uniform in de oorspronkelijke kansverdeling. Latere verfijningen toonden aan dat de convergentie snelheid zelfs groter is dan voor de klassieke centrale limietstelling.

Na 1960 neemt Kolmogorov een volledige reconstructie van de informatie theorie op een algorithmische basis ter hand. Centraal staat het begrip complexiteit van een object als zijnde de lengte van de kortste beschrijving van het object bij een gegeven algoritme. Hij bewees dat er optimale algorithmische methoden van beschrijven zijn. En ineens is daar dan weer de sprong naar heel andere terreinen: de statistische eigenschappen van de menselijke spraak en de grondslagen van de kansrekening. Wat het laatste betreft, nog het volgende.

Pogingen van von Mises om een constructieve definitie van het kansbegrip te geven hadden in de dertiger jaren schipbreuk geleden. Met Kolmogorov's axiomatische aanpak in 1933 verdween het onderwerp bovendien wat uit de belangstelling. Dertig jaar later was het echter Kolmogorov zelf die op de constructieve methode terugkwam. De kern van het probleem is om aan te geven wat men verstaat onder een ‘toevallige’ rij van nullen en enen. Intuïtief voelt men wel aan dat  $0,0,0,\dots,0$  of  $0,1,0,1,0,1,\dots,0,1$  weinig aanspraak op deze titel kunnen maken, hoewel zij even waarschijnlijk zijn als iedere andere rij van dezelfde lengte. Kolmogorov, Martin Löf en Levin slaagden erin ‘toevalige’ rijen als rijen van maximale complexiteit te definiëren. Dit onderwerp bleef hem tot zijn dood bezig houden en in 1986 was zijn bijdrage aan het eerste wereld congres van de Bernoulli Society in Tashkent gewijd aan algoritme en toeval.

In 1963 werden in samenwerking met de universiteiten vier bijzondere scholen voor wiskundig begaafde leerlingen geopend in Moskou, Leningrad, Kiev en Novosibirsk. Vanaf de oprichting van school Nr. 18 in Moskou was Kolmogorov intensief bij dit onderwijs betrokken. Hij vond dat zijn land zich de weelde niet kon veroorloven om talent verloren te laten gaan en realiseerde zich dat achter iedere grote onderzoeker eens een leraar heeft gestaan die uitdaagde en aanmoedigde. Hij beschouwde zijn werk voor school Nr. 18 – en voor de ontwikkeling van het wiskunde onderwijs op de middelbare school in het algemeen – eenvoudig als zijn plicht. Bovendien ge-

noot hij ervan. Hij gaf niet alleen les over wiskunde, maar ook over muziek en literatuur en ging met de kinderen kamperen. Het was ook niet zomaar een bevestiging want hij hield zijn werk aan, wat nu in de wandeling de Kolmogorov-school heet, vijftien jaar vol.

Kolmogorov heeft niet alleen de ontwikkeling van de wiskunde wezenlijk beïnvloed, maar ook die van de wiskundigen waarmee hij in aanraking kwam. Door zijn zeer vele studenten en medewerkers is belangrijk werk gedaan op de diverse gebieden in de wiskunde waar hij zich mee bezig heeft gehouden. Onder hen zijn zeven leden en vijf corresponderende leden van de Akademie van Wetenschappen van de Sovjet Unie.

Hij probeerde steeds een groep studenten om zich heen te verzamelen en die het boeiende en opwindende van het doen van wiskundig onderzoek te laten ondergaan. Hij sprak regelmatig met alle studenten op zijn instituut, ongeacht of zij nu zijn eigen studenten waren of niet, liet hen uitleggen waar zij mee bezig waren en gaf suggesties als het niet goed ging. Als crudiet mens, voortreffelijk skiër en zwemmer, en groot liefhebber van wandelen trachtte hij hen daarnaast ook culturele en sportieve belangstelling bij te brengen.

Beroemd waren zijn lange wandelingen met kleine groepjes studenten. Onderweg werd er gepraat over wiskunde en toepassingen, over de architectuur die men tegenkwam en over belangrijke culturele gebeurtenissen. Daar tussendoor kwam Kolmogorov dan met een nieuw wiskundig probleem en trachtte de belangstelling van de wandelaars daarvoor te wekken. Heel precies zocht hij altijd een probleem uit dat de aangesprokene net, maar met moeite aan zou kunnen. De wandelingen eindigden veelal in Komarovka waar hij en Alexandrov iedereen te eten uitnodigden. Doodmoe zaten de deelnemers 's avonds in de trein naar Moskou.

Tussen 1985 en 1987 verschenen de drie delen van Kolmogorov's verzameld werk. Hoewel hij toen al ernstig ziek was, verzorgde hij zelf nog een deel van het commentaar. In april 1986 nodigde hij zijn leerlingen uit in zijn dacha in Komarovka voor het vieren van zijn 83e verjaardag. Bij die gelegenheid zei hij: 'Ik beschouw mijn wetenschappelijke loopbaan in de zin van het doen van nieuwe ontdekkingen als geëindigd. Het spijt me, maar ik moet mij schikken in het onvermijdelijke'. Daarna sprak hij met enthousiasme over zijn werk voor de middelbare scholen: Hij was niet meer in staat om in de zomer van 1986 het wereld congres van de Bernoulli Society in Tashkent zelf bij te wonen. Op 20 oktober 1987 overleed hij in een ziekenhuis te Moskou. In het ondermeer door Mikhail S. Gorbachov ondertekende overlijdensbericht in de Pravda en de Izvestia stond: 'Het gehele leven van A.N. Kolmogorov was een onvergelijkelijke prestatie in naam van de wetenschap'.

Mijn oprechte dank gaat uit naar A.N. Shiryayev die mij het materiaal voor een omvangrijk overzichtsartikel van zijn hand over het werk van Kolmogorov ter beschikking stelde.