

Citation:

E.M. Barth, Levensbericht A. Tarski, in:
Jaarboek, 1985, Amsterdam, pp. 218-224

Herdenking van

Alfred Tarski

(14 januari 1902 – 26 oktober 1983)

door E.M. Barth en P. van Ulsen

In oktober 1983 overleed de Pools-Amerikaanse logicus Alfred Tarski. Zijn naam is bekend en geëerd niet alleen in kringen van wiskundigen, grondleggers van de wiskunde, logici en andere filosofen, maar ook onder taalkundigen. Zijn publicistische periode strekte zich uit van 1921 [21] tot 1983 [83]. Hij was sinds 1959 buitenlands lid van de KNAW, Afdeling Letterkunde.

Alfred Tarski werd op 14 januari 1902 te Warschau geboren. Het begin van zijn loopbaan speelde zich in Polen af. Hij werd daar van meet af aan door twee sterke intellectuele stromingen beïnvloed, een logisch-filosofische en een wiskundige. Vóór de stichting van de nieuwe Poolse staat in 1918 hebben veel Polen een opleiding gezocht in het buitenland, zowel filosofen als wiskundigen. Als een soort filosofische oervader van de Poolse school kan K. Twardowski beschouwd worden, die indertijd in Wenen bij Brentano heeft gestudeerd. Verder valt R. Ingarden te noemen, die geschoold werd onder meer te Göttingen bij Husserl. Tot de eerste generatie filosofiehoogleraren in het nieuwe Polen behoorden verschillende leerlingen van Twardowski, zoals J. Łukasiewicz, S. Leśniewski, T. Kotarbiński en K. Ajdukiewicz. Hiervan hebben zowel Łukasiewicz als Leśniewski zich toegelegd op logica en verzamelingenleer, zij het met een duidelijk filosofische ondergrond en probleemstelling. Bij deze hele groep valt een streven waar te nemen naar helder redeneren en formuleren en naar een aangescherpt taal- en begrippenapparaat dat kon worden ingezet ter beslechting van problemen van ontologische, wetenschapsmethodologische of andere aard. In Nederland werd dit streven naar grotere helderheid en nauwkeurigheid bij de behandeling van filosofische vraagstukken pas in de veertiger en vijftiger jaren ingeluid door E.W. Beth.

Tarski is in de leer geweest bij de eerste drie van de genoemde hoogleraren, te weten bij Łukasiewicz, Leśniewski en Kotarbiński. Kort daarvoor hadden Russell en Whitehead de „klassieke” (tweewaardige) vorm van de nieuwe Fregeaanse logica in het doorwrochte werk *Principia Mathematica* systematisch gepresenteerd. Reeds in dit filosofische milieu in Warschau was er een grote belangstelling voor een reeks zuiver logische problemen, naast belangstelling voor de toepasbaarheid ervan in de algemene filosofie. Tot die zuiver logische problemen behoorden de problemen rondom de antinomieën of paradoxen, de vraag wat een logische theorie nu eigenlijk is, de vraag waaraan een bewijs moet voldoen om als deugdelijk bewijs in aanmerking te komen, de vraag naar de rol van natuurlijke versus min of meer geformaliseerde talen, de vraag naar de aard en definitie van logische constanten (voegwoorden en kwantoren; Łukasiewicz), het waarheidsbegrip en de vraag naar het

aantal der waarheidswaarden (Leśniewski), en het aantal axioma's nodig en voldoende om de moderne logica in haar „klassieke” tweewaardige vorm te bepalen.

Naast de Poolse filosofie hebben we ook de Poolse wiskunde genoemd, die evenals de filosofie vooral in Warschau en Lwów (Lemberg) was geconcentreerd, daarnaast ook in Krakow. De behandeling van de wiskunde in Polen in die tijd is nogal abstract, formeel en generaliserend. Men concentreert zich op logica, topologie, verzamelingenleer en metamathematica, waarbij (volgens Kuratowski [80]) analyse, algebra en toegepaste wiskunde weinig aandacht kregen. Na de eerste wereldoorlog hebben onder andere S. Mazurkiewicz, W. Sierpiński en Z. Janiszewski de wiskundebeoefening in Warschau op poten gezet, bijgestaan door hun eigen leerlingen zoals B. Knaster, K. Kuratowski en Alfred Tarski. Ook andere wiskundecentra waren in opkomst: Krakow en vooral Lwów, waar het blad *Studia Mathematica* zijn oorsprong vond. Veel artikelen van Tarski zijn verschenen in het tijdschrift *Fundamenta Mathematica*, dat opgericht werd onder andere door Janiszewski, en waarin de nadruk lag op verzamelingenleer en mathematische logica. – Ook in dit rijke, zeer abstract georiënteerde, wiskundige milieu moet men dus de impulsen en de scholing zoeken, die tot de vorming van Tarski hebben geleid. Zelf beschouwde hij zich als een leerling van Sierpiński.

Na een studie aan de Universiteit van Warschau promoveerde Tarski in 1923 aldaar. Zijn dissertatie behandelt het probleem van mogelijke reducties van de primitieve termen in de logische calculus: hij toont aan dat alle logische constanten met behulp van equivalenties en universele kwantoren, die op proposities betrekking hebben, gedefinieerd kunnen worden [23]. Gedurende een docentschap aan de Universiteit van Warschau (hij was ook enige tijd leraar aan het Lyceum Zeromski ter plaatse) kwam hij in 1939 naar de Verenigde Staten om daar een aantal voordrachten te houden. Door de Duitse inval in Polen was het hem niet mogelijk om terug te keren. Gedurende de jaren 1939–1942 was Tarski research associate aan de Harvard universiteit, visiting professor aan het City College te New York en lid van het Institute for Advanced Study te Princeton. In 1942 verwierf hij het Amerikaanse staatsburgerschap. Na 1942 is hij tot zijn emeritaat in 1968 verbonden geweest aan de Universiteit van California te Berkeley, eerst als lecturer, vervolgens als associate professor en tenslotte als full professor.

Tarski heeft zich steeds bezig gehouden met formele logica en overig wiskundig grondslagenonderzoek, met de studie van deductieve theorieën in het algemeen en met geformaliseerde talen (voor zulke theorieën). Verreweg de meeste van zijn publicaties vallen onder het onderzoek naar de grondslagen van de wiskunde. Gemeeten aan de tijdschriften waaraan hij zijn artikelen heeft aangeboden richtte hij zich in minstens vijfentachtig procent van zijn gepubliceerde werk tot beroepsmathematica. In feite ligt dat percentage nog hoger, aangezien de *Journal of Symbolic Logic*, waarin hij ook een aantal artikelen deed verschijnen, voornamelijk vanuit de specifieke optiek van de mathematische studie van de grondslagen van de wiskunde wordt geredigeerd.

Het is onmogelijk om binnen een kort bestek op alle verdiensten van Tarski naar behoren in te gaan. Hier zal slechts een kort en onvolledig overzicht worden gegeven. Een opsomming van zijn belangrijkste interessegebieden zou als volgt kunnen zijn (in alfabetische volgorde): algebra (algebraïsche logica, algebraïsche topologie, universele algebra), beslissingsmethoden en onbeslisbare theorieën, definieerbaar-

heid en primitieve termen, filosofie en methodologie van de deductieve wetenschappen, grondslagen van de meetkunde, modeltheorie, niet-klassieke logica, representeerbaarheid en oneindige talen, verzamelingenleer (klassieke), volzinscalculus, en – last but not least – semantische relaties en het waarheidsbegrip in geformaliseerde talen, de studie die hem de meest algemene bekendheid gaf. Belangrijk zijn de talrijke kruisverbanden die hij tussen de verschillende gebieden wist te leggen. Talrijk zijn overigens ook de resultaten door anderen bereikt, die ook Tarski op het spoor is geweest of die hij niet te juister tijd heeft kunnen publiceren, wat later meer dan eens aanleiding gaf tot prioriteitenstrijd.

Door heel zijn leven hebben de begrippen „referentie”, „satisfactie”, „model”, „waar *in...*”, „interpretatie” en „representatie” een centrale rol gespeeld, óók bij het behalen van metamathematische resultaten aangaande zulke noties als „beslisbaar”, „eindig axiomatiseerbaar”, etc., die op hele theorieën betrekking hebben.

Evenals Kurt Gödel was Tarski dus geïnteresseerd in semantische relaties. Maar terwijl Gödel zich hoofdzakelijk interesseerde voor semantische relaties die tot rekenkundige relaties kunnen worden gereduceerd was Tarski op een algemenere theorie van semantische relaties uit [66]. Het is veelzeggend dat het onderzoek naar referentie (verwijzend gedrag) bij apen, zoals het vermogen om als je honger hebt een plaatje van een banaan aan te wijzen, een type onderzoek dat in de jaren zeventig in zwang was, Tarski's belangstelling en enthousiasme wekte. Men treft bij Tarski een grotere rijkdom aan begrippen aan dan bij Gödel, en een veelvuldig beroep op de (klassieke) verzamelingenleer, op welk terrein hij een actieve rol speelde. Op het gebied van de verzamelingenleer zelve veronderstelden Tarski en Lindenbaum al in 1926 dat de gegeneraliseerde continuümhypothese het keuzeaxioma impliceert. Het bewijs van de juistheid van deze onderstelling werd in 1947 door Sierpinski geleverd.

Wetenschapsfilosofie

Bij Tarski is een *theorie* een *verzameling axioma's*, die onder een zekere afsluiting een verzameling stellingen oplevert. Men zou kunnen zeggen dat hij hier de rationalistische visie van Pierre Duhem en anderen voortzet, toegespitst op de deductieve wetenschappen. In [30] vindt men hier een fraaie uitwerking van, gebaseerd op de bekende operatie „de consequenties van de verzameling X”, afgekort: $CN(X)$. Voor een gegeven syntactisch object en een axiomaverzameling X kan men de vraag stellen of dat syntactische object „tot $CN(X)$ behoort” of niet. Als men geluk heeft is dit bevestigend te beantwoorden binnen de theorie; het syntactische object heet dan syntactisch afleidbaar of bewijsbaar. Een andere en vaak snellere methode die ook in negatieve gevallen uitsluitel geeft is een semantische, de methode van het werken met een (referentieel) semantisch *model* voor de theorie. Hierbij was Tarski een van de eersten, die *inductie op formules* toepaste. Hij liet zien dat er soorten inductieve definities bestaan, die niet herleid kunnen worden tot normale inducties.

De begrippen die zojuist ter sprake zijn gekomen waren al eerder bekend, maar bleven betrekkelijk vaag. Tarski heeft er veel energie in gestoken deze noties te preciseren, ook in relatie tot het modelbegrip. Hij begon hiermee al in 1931, met het begrip van „een n-plaatsige relatie definieerbaar binnen het lichaam van reële getallen” [31]. Deze studie werd later gevolgd door zijn beroemde artikel uit 1933 [33].

In het voetspoor van Padoa heeft Tarski zich beziggehouden met een algemene theorie aangaande het aantonen van de onafhankelijkheid binnen een theorie van

één bepaald primitief begrip ten opzichte van andere daarbinnen voorkomende primitieve begrippen [34]. Ook E.W. Beth heeft zich in de vijftiger jaren met een aan Tarski opgedragen artikel het zijne hiertoe bijgedragen (de zgn. stelling van Beth), evenals Beth's leerling K.L. de Bouvère. Tarski zelf heeft nog een overstap gemaakt naar Peano Rekenkunde, alwaar hij (binnen de context van onvolledigheidsresultaten) een ondefinieerbaarheidsresultaat wist te verkrijgen (met later in dit verband beschouwingen aangaande de onbeslisbaarheid van deeltheorieën van de rekenkunde).

Verder publiceerde Tarski in deze periode voor de Tweede Wereldoorlog nog een aanvulling op het werk van Gödel met betrekking tot de consistentie van formele systemen. Een systeem wordt consistent genoemd wanneer het niet zo is dat iets en zijn tegendeel (ontkenning) beide uit dat systeem afleidbaar zijn. Hij toonde aan dat een systeem consistent kan zijn in deze zin zonder de zgn. eigenschap van „ ω -consistentie” te bezitten. In [33b] geeft hij hiervan een voorbeeld.

Al met al kan men zeggen dat Tarski in de periode voor de Tweede Wereldoorlog onder meer ordenend bezig is geweest in een wirwar van gangbare maar nogal vage begrippen. Hij heeft getracht ze te preciseren door ze afzonderlijk te definiëren en ook door hun onderlinge relaties duidelijk te maken. Hiermee ontwikkelde hij een semantische en logische apparatuur, die ook op zichzelf genomen het bestuderen waard is en waaruit in de loop der jaren min of meer zelfstandige takken van onderzoek zijn ontstaan.

Een fraai voorbeeld hiervan is zijn studie van meetkundige theorieën [59, 83]. Tarski formuleerde een zogenaamde „elementaire geometrie”. De enige primitieve begrippen zijn de drieplaatsige relatie „ligt tussen” en de vierplaatsige relatie „is van gelijke afstand als”, en de verzamelingenleer speelt er geen rol.

Tarski's wetenschappelijke en filosofische invloed

Reeds in 1935 was Tarski fellow van de Rockefeller Foundation. Nadat hij in de Verenigde Staten was gaan wonen werd hij gedurende 1941–1942 fellow van de Guggenheim Foundation.

In intellectueel opzicht werd het land waar de Pool Alfred Tarski in 1939 aankwam en waar hij sindsdien woonde, de Verenigde Staten van Amerika, verregaand bepaald door pragmatische en pragmatistische filosofieën – tot in de jaren dertig. In die vooroorlogse periode echter werden door mathematisch opgeleide personen over de gehele wereld een groot aantal nu beroemde resultaten bereikt inzake de volledigheid of onvolledigheid, de beslisbaarheid of de onbeslisbaarheid en aanverwante eigenschappen van geformaliseerde systemen van de symbolische logica of van de wiskunde. Die resultaten hebben in sommige gevallen (Skolem, Gödel) de daarvoor gangbare opvattingen (van Hilbert e.a.) over wat met deductieve methoden en geformaliseerde talen haalbaar is, grondig gerevideerd. Hoewel sommige van de meest imposante resultaten negatief waren („Het is niet mogelijk...”), leidden deze meta-theoretische successen ertoe dat zowel de logica als ook de wetenschapsfilosofie steeds meer gedomineerd werden door een extreem rationalistische epistemologie en methodenleer, zelfs in het milieu van het zogenaamde logisch positivisme of empirisme. Alfred Tarski en zijn school vormden ongetwijfeld een belangrijke factor bij deze transformatie van de Amerikaanse wijsbegeerte van pragmatisch naar rationalistisch. Wat algemener uitgedrukt kan men zeggen dat deze wending door de Euro-

pese „influx” teweeg werd gebracht. Tarski's vele functies in zijn nieuwe vaderland zijn in dit opzicht veelzeggend. Hij werd een vooraanstaand lid van de *American Mathematical Society* en was van 1944 tot 1946 president van de internationale *Association of Symbolic Logic*. Hij was bovendien vice-voorzitter en voorzitter van de *International Union for the History and Philosophy of Science (IUHPS)* en ook van de *Division for the Philosophy of Science* daarvan. Ook aan de oprichting van de Amerikaanse nationale sectie van de IUHPS heeft Tarski het nodige bijgedragen.

Het is interessant om dit te vergelijken met de wetenschapspolitiek die E.W. Beth na de oorlog voerde ten aanzien van de herrijzende internationale wetenschappelijke organisaties, ook (maar niet alleen) omdat Beth het was die Tarski al in 1956 – met succes – voordroeg als buitenlands lid van de Sectie Letteren van de KNAW. (Pas in 1965 werd Tarski lid van de National Academy of Sciences van de Verenigde Staten.)

Beth wenste een afzonderlijke organisatie voor wetenschapsfilosofie, waartoe hij ook de logica rekende, – onafhankelijk van de International Council of Humanistic Sciences (ICHS), waar men ook met filosofen van allerlei andere richtingen en interessen te maken zou krijgen, verzameld in de FISP. Hij vreesde inmenging van FISP-leden in zaken waar ze geen verstand van hadden. Op dit punt zal hij niet anders gedacht hebben dan Tarski. Maar hij wilde anderzijds ook niet dat de wetenschapsfilosofie en de logica een onderafdeling zou worden van de International Mathematical Union (IMU), daar hij verwachtte dat de wiskundigen zodra er problemen zouden komen de logici en de wetenschapsfilosofen in de steek zouden laten, bij gebrek aan affiniteit tot deze gebieden. Filosofisch was de Nederlander Beth verregaand minder rationalistisch dan de Pool Tarski.

Tarski's wetenschappelijke invloed op Beth was echter ook naar Beth's eigen zeggen en schrijven, groot. Beth had Tarski al in 1948 in Amersfoort leren kennen, had in 1953 diens didactisch gesproken briljante leerboek (*Inleiding tot de logica en tot de methodenleer der deductieve wetenschappen*) [36] en in 1954–55 het beroemde artikel „Het semantische waarheidsbegrip en de grondslagen der semantiek” hun Nederlandse taalvorm gegeven. Beth's methode der Semantische Tableaus, die wereldberoemd is geworden (en die als een voorloper wordt beschouwd van de Dialogica van P. Lorenzen), had als noodzakelijke voorwaarde de referentiële modeltheoretische semantische filosofie van Tarski, die in het denken van Beth een zeer vruchtbare nieuwe oriëntatie betekende. Ook Beth's beroemde resultaten in de theorie der definities mogen in dit perspectief worden geplaatst.

Tarski had ook op vele andere geleerden een (her)vormende invloed. Onder de mensen die bij hem zijn gepromoveerd en die zijn filosofie een nog grotere bekendheid en reikwijdte hebben gegeven vindt men A. Mostowski, B. Jónsson, W. Szmielew, R.L. Vaught, C.C. Chang, S. Feferman, R.M. Montague, J.D. Monk, H. Gaifman, W.P. Hanf en H.N. Gupta. Tarski publiceerde vaak samen met degenen die onder zijn leiding de doctorstitel behaalden en ook samen met anderen, waaronder Beth.

Tarski's lidmaatschap van de KNAW is zinvol en vruchtbaar geweest. Hij correspondeerde met Beth al vanaf 1937 en tot aan Beth's dood in 1964. Samen publiceerden zij een artikel over elementaire meetkunde [56b]. In de reeks *Studies in Logic* (Noord-Holland), waarvan Beth redacteur was, naast L.E.J. Brouwer en A. Heyting, verschenen naast het genoemde door Beth vertaalde leerboek nog verschil-

lende andere geschriften van Tarski. Ook in de door de KNAW uitgegeven reeks *Indagationes Mathematicae* komt men Tarski als auteur veelvuldig tegen. Hij bezocht Nederland een aantal keren in verband met congressen, lezingen en symposia en voor organisatorisch werk in samenwerking met Beth. Tarski zelf en de Universiteit van Berkeley waren een trekpleister voor Nederlandse logici en wiskundigen. Beth heeft verschillende wetenschappelijke bezoeken aan Tarski in Berkeley gebracht en een aantal jongere Nederlanders zijn hem op zijn aanbeveling en voorspraak daarin gevolgd.

Bibliografie

Het aantal boeken, artikelen en rapporten van de hand van Tarski is te groot om hier volledig opgesomd te worden. Er is een keuze gemaakt, die ten dele bij de tekst is aangepast. Voor een vollediger bibliografie zie pp. 487–498 in [74].

Materiaal over Tarski op systematische wijze is niet overvloedig aanwezig. Het meest in de nabijheid komen stukken uit *A. Mostowski: Thirty Years of Foundational Studies* (Oxford, 1966) [66], *A. Mostowski: „Tarski, Alfred” in The Ency. of Philosophy* (New York, 1967), *Z.A. Jordan: „The development of mathematical logic in Poland between the two wars” in Polish logic 1920–1939* (ed. by D.McCall) (Oxford, 1967), pp. 347–397, *H. Skolimowski: Polish Analytical Philosophy* (London, 1967), *K. Kuratowski: Half a Century of Polish Mathematics, Remembrances and Reflections* (Oxford/Warszawa, 1980 (2e druk, vertaling) [80] en diverse artikelen in [74], waarin naar het werk van Tarski wordt verwezen, bijv. dat van *R.L. Vaught: „Model theory before 1945”* (pp. 153–173).

[21]. Przyczynek do aksjomatyki zbioru dobrze uporządkowanego (Een bijdrage tot de axiomatiek van de welgeordende verzamelingen); *Rev. Philos. (Przegląd Filozoficzny)* 24 (1921), pp. 85–94.

[23]. O wyrazie pierwotnym logistyki. Teza doktorska. (Over een primitieve term voor de logistiek); *Rev. Philos. (Przegląd Filozoficzny)* 26 (1923), pp. 68–89 (zie ook Engelse vertaling [56], pp. 1–23).

[30]. Fundamentale Begriffe der Methodologie der deduktiven Wissenschaften. I, *Monatsh.Math.Phys.* 37 (1930), 361–404 (Eng. vert. [56], pp. 60–109) en Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik, *C.R.Soc.Sci.Lett.Varsovie Cl.II Sci.Math.-Phys.* 23 (1930), pp. 22–29 (Eng. vert. [56], pp. 30–37).

[31]. Sur les ensembles définissables des nombres réels. 1, *Fund. Math.* 17 (1931), pp. 210–239 (Eng.vert. zie [56], pp. 110–143).

[33]. Pojecie prawdy w językach nauk dedukcyjnych (Het waarheidsbegrip in de talen van de deductieve wetenschap), *Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydział III Mat.-Fiz.; C.R.Soc.Sci.Tell. Varsovie Cl. III Sci. Math.-Phys.No.* 34 (1933) (Eng.vert.[56], pp. 152–269).

[33b]. Einige Betrachtungen über die Begriffe der ω -Widerspruchsfreiheit und der ω -Vollständigkeit; *Monatsh.Math.Phys.* 40 (1933), 97–112 (Eng.vert. zie [56], pp. 279–296).

[34]. Z badań metodologicznych nad definjowalnością terminów (Meth.onderzoek naar de definieerbaarheid van termen), *Rev.Philos. (Przegląd Filozoficzny)* 37 (1934), 438–460 (Eng.vert. zie [56], pp. 296–320).

[36] *O logice matematycznej i metodzie dedukcyjnej* (Math.logica en de deductieve methode); *Biblioteczka Mat., Nos. 3–5, Książnica-Atlas, Lwów-Warsaw, 1936; Met*

aanvullingen zijn hiervan vertalingen verschenen in zeker 12 talen, waaronder het Nederlands (1953). De meeste vertalingen zijn gebaseerd op de Engelse tekst uit 1941.

[56]. *Logic, semantics, metamathematics. Papers from 1923 to 1938* (English translation by J.H. Woodger), Oxford, 1956.

[56b]. Equilaterality as the only primitive notion of Euclidean geometry; *KNAW Proc.Ser. A 59* (= *Indag.Math. 18* (1956), pp. 462-467) (met *E.W. Beth*).

[59]. What is elementary geometry?; in: *The axiomatic method, with special reference to geometry and physics* (ed. by L. Henkin, P. Suppes, A. Tarski), Amsterdam, 1959.

[74]. *Proceedings of the Tarski Symposium. An Int.Symp. held to honor Alfred Tarski on the occasion of his seventieth birthday* (ed. by L. Henkin a.o.); held at the Univ.of California, Berkeley, June 23-30, 1971; in de reeks: *Proc. of Symposia in pure Mathematics, Vol. XXV* (American Math. Soc.), Providence, Rhode Island, 1974.

[83]. W. Schwabhäuser, W. Szmielew, A. Tarski, *Metamathematische Methoden in der Geometrie* (Springer), Berlin/Heidelberg, 1983.