

*Citation:*

H. Freudenthal & A. Heyting, Levensbericht L.E.J. Brouwer, in:  
Jaarboek, 1966-1967, Amsterdam, pp. 335-340

*Levensbericht van*

## **L. E. J. BROUWER**

(27 februari 1881—2 december 1966)

DOOR

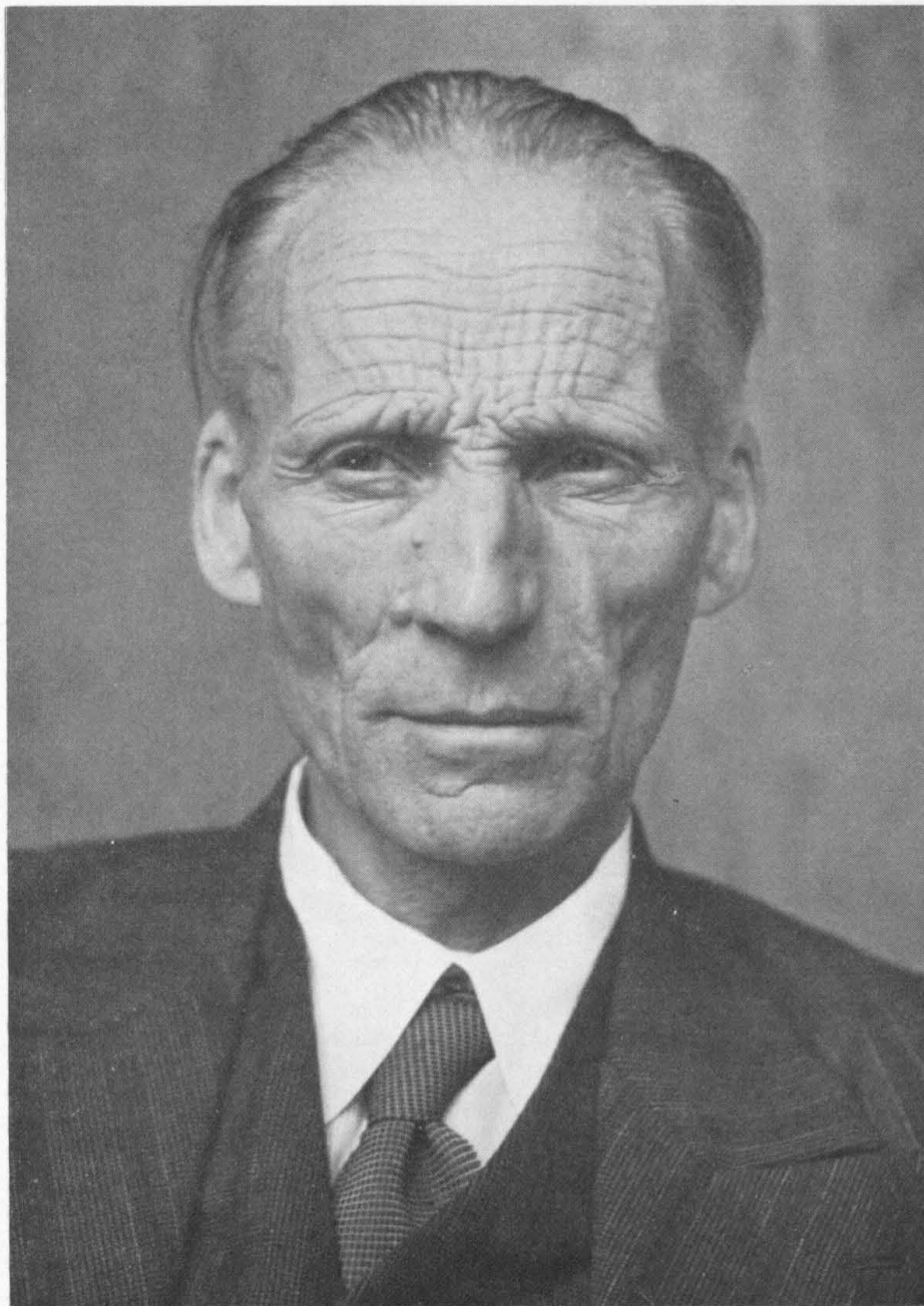
**H. FREUDENTHAL en A. HEYTING**

Luitzen Egbertus Jan Brouwer werd geboren op 27 februari 1881 te Overschie. Hij bezocht de H.B.S. in Hoorn en Haarlem en het gymnasium in Haarlem. Op 27 september 1897 liet hij zich aan de Universiteit van Amsterdam inschrijven om wis- en natuurkunde te studeren. Op 19 februari 1907 promoveerde hij cum laude tot doctor in de Wis- en Natuurkunde op het proefschrift „Over de grondslagen der wis- kunde”. Met een openbare les „Het wezen der meetkunde” aanvaardde hij op 12 oktober 1909 het privaatschap aan de Universiteit van Amsterdam. Op 14 oktober 1912 aanvaardde hij het ambt van buitengewoon hoogleraar in de verzamelingenleer, functieleer en axiomatiek aan de Universiteit van Amsterdam met een rede over „Intuitionisme en formalisme”; van 1913 tot aan zijn aftreden in 1951 was hij in dezelfde vakken gewoon hoogleraar aan dezelfde universiteit. Sinds 1912 was hij ook lid van de Afdeling Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Op 2 december 1966 overleed hij als slachtoffer van een aanrijding.

Het is onwaarschijnlijk dat in 1912, toen zijn onderwijsopdracht werd geformuleerd, ergens ter wereld leerstoelen stonden voor vakken zoals verzamelingenleer en axiomatiek, die in Brouwers opdracht voorkwamen. Ze beantwoorden aan de twee onderwerpen, die in Brouwers proefschrift waren behandeld en tevens aan de twee hoofdrichtingen waarin zijn onderzoek zich in die tijd had ontwikkeld: verzamelingenleer met een sterk topologisch accent, en axiomatiek als een onderdeel van het grondslagenonderzoek, dat bij Brouwer intuitionisme heette.

Brouwers publikaties, aanvankelijk uitsluitend in de Verslagen van onze Akademie, later ook in de Mathematische Annalen, waarvan hij van 1915 tot 1928 redactielid was, begonnen in 1904, in de algebraïsche meetkunde, zoals die toen in ons land werd beoefend. Een verhandeling over vectordistributies in 1907 kan, hoewel nog geheel in de klassieke differentiaalmeetkundige stijl, achteraf als wegwijzer naar de topologie worden geïnterpreteerd.

Met zijn proefschrift van 1907 wisten Brouwers tijdgenoten, die het moesten refereren, geen raad, en ook voor ons hedentendage, is het een groot probleem. Aan de ene kant kenden zij Brouwer als serieus en



*Copyright E. van Moerkerken*

L. E. J. BROUWER  
(27 februari 1881—2 december 1966)

veelbelovend wiskundige, aan de andere kant werden zij geconfronteerd met een werk dat veeleer filosofisch van karakter dan in technische zin mathematisch leek. Toch zou dit een onjuiste indruk zijn geweest. Brouwers proefschrift is veeleer een relaas van de worsteling met de mathematische problemen die hem bezighielden, op een ogenblik dat hij de technische moeilijkheden verkend, maar nog niet overwonnen had. In de grondslagen der wiskunde had Brouwer al scherp positie gekozen tegen het formalisme en logicisme, maar het zou nog jaren duren eer hij tot de opbouw van de intuïtionistische wiskunde zou overgaan. In de grondslagen der meetkunde had hij voor Helmholtz' filosofisch getinte analyse van het ruimteprobleem gekozen boven Hilberts op Euclides teruggaande meer naïeve aanpak, maar hij werd daar ook geconfronteerd met veel grotere technische problemen: Helmholtz' ruimteprobleem onafhankelijk van differentieerbaarheidsveronderstellingen op te lossen, of — nog algemener — de theorie der Liegroepen van dergelijke veronderstellingen te bevrijden, het vijfde onder Hilberts Parijse problemen van 1900. Dat deze problemen hem bij het schrijven van zijn dissertatie bezighielden en dat hij er toen meer over wist dan in zijn dissertatie is vermeld, bewijst zijn lezing op het Vierde Internationaal Mathematisch Congres in 1908 in Rome, waar hij inderdaad het probleem der topologische fundering der Liegroepen behandelde. Het probleem is definitief pas in de jaren vijftig opgelost. Wat Brouwer hieromtrent in 1909—10 in de *Mathematische Annalen* publiceerde, was slechts een fractie van wat toen vermoed en uiteindelijk bevestigd werd; maar het was toch het resultaat van een haast bovenmenselijke krachtsinspanning. De topologische methoden, die Brouwer toen van anderen overnam en verder ontwikkelde, waren bepaald ontoereikend om dergelijke vragen met succes te behandelen — iets waarvan Brouwer vermoedelijk zelf spoedig overtuigd raakte. Uit deze activiteit is desniettemin één fraai resultaat voortgekomen, de vlakke translatiestelling (1909), die telkens weer topologen heeft geprikkeld tot pogingen, om het zeer ingewikkelde bewijs te vereenvoudigen — pogingen die tot heden niet ten volle zijn geslaagd.

Het topologisch werk, waarmee Brouwers naam tot in lengte van dagen verbonden zal blijven, verscheen in 1911—1912, maar uit dateringen en indirecte aanwijzingen blijkt, dat zijn oorsprong in 1910, misschien al in 1909 moet worden gezocht. Brouwer was autodidakt in die zin, dat zijn schreden in het wiskundig onderzoek niet door een leermeester werden geleid. De Nederlandse wiskundigen bewogen zich in die tijd op zeer traditioneel terrein; wat studiereizen van Brouwer van vóór 1909 aangaat, is alleen zijn deelneming aan het Congres in Rome in 1908 bekend. Aan de andere kant blijkt uit zijn proefschrift, dat hij uitstekend op de hoogte was van wat er zich in die tijd aan het front van het mathematisch onderzoek afspeelde; in Rome moet hij ook met de „folklore” daaromtrent bekend zijn geworden.

In 1910 overtuigde Brouwer de wiskundige wereld van zijn scherpzinnige fantasie door het verrassende paradoxale voorbeeld van een kromme die het vlak in drie gebieden splitst zodat elk punt van de kromme randpunt van elk der gebieden is.

Naar bronnen van die inspiratie, die tot zijn werk van 1911—12 leidde, behoeft men niet ver te zoeken. Nadat Cantor de gelijkmachtheid van de cartesische ruimten van alle dimensies had aangetoond en Peano continue afbeeldingen had geconstrueerd, die de dimensie verhogen, nadat Poincaré het probleem van een topologisch invariante dimensie-definitie had geformuleerd, was het probleem der topologische invariantie der dimensie, ondanks menige poging, nog steeds open. Men mag wel aannemen, dat dit probleem Brouwers voornaamste drijfveer is geweest. Maar zeker zal hij ook bekend zijn geweest met de urgentie van het probleem der topologische invariantie van het  $n$ -dimensionale gebied, dat aan Poincaré's continuïteitsmethode voor automorfe functies (1883) ten grondslag lag, en dat in de theorie van de uniformisering onmisbaar was, maar nog steeds niet streng gerechtvaardigd kon worden. Tenslotte wezen Brouwers eigen onderzoekingen over vectorvelden in de richting van het topologische werk, dat hij in 1911—12 ging publiceren.

In historisch perspectief lijkt, wat Brouwer toen deed, tovenarij. Zijn toverstaf was de, naar het schijnt, simpele stelling: Bij een continue afbeelding van de  $n$ -dimensionale eenheidsbus in zichzelf, waarbij elk punt minder dan  $\frac{1}{2}$  wordt verplaatst, heeft het beeld een inwendig punt. De stelling wordt bewezen door simpliciale approximatie van de gegeven afbeelding — een dank zij Brouwer heden voor de hand liggende, maar toen revolutionaire methode — het eerste voorbeeld voor de vermenging van combinatoriek en verzamelingentheorie, waarmee in 't vervolg die diepste resultaten in de topologie zouden worden behaald. Om deze methodische vondst mag men, ondanks alle voorlopers, de moderne topologie met Brouwer laten beginnen.

Het is bepaald niet overdreven Brouwers nieuwe werktuig een toverstaf te noemen. Wat hij ermee tot stand brengt, lijkt inderdaad op tovenarij: invariantie van de dimensie, afbeeldingsgraad, singulariteiten van sferische vectorvelden, vaste-punt-stellingen, invariantie van het gebied met toepassingen op de automorfe functies\*), de stelling van Jordan voor willekeurige dimensies, de invariantie van de gesloten kromme en haar samenhangsgetallen, die in nuce de homologietheorie der compacta bevat — zie hier de verbijsterende reeks van waargemaakte oude vermoedens en nieuwe stellingen, en van voor de topologie in 't vervolg fundamentele begrippen, die Brouwer in amper twee jaren opriep. In 1913 voegde hij er een intrinsieke, inductieve dimensie-

\*) De zinsneden in het artikel in Nachrichten Ges. W. Göttingen, waarbij de prioriteit voor dit resultaat aan een ander wordt afgestaan, zijn erin geplaatst door een onbekende, die onbevoegd op de laatste proeven zijn hand had gelegd.

definitie aan toe, die door P. Urysohn (1922) en K. Menger (1924) opgegrepen en tot de thans klassieke dimensie-theorie werd uitgebouwd. Tot 1920 volgden er nog een aantal verhandelingen over de classificatie van afbeeldingen van oppervlakken. In 1939, toen hij zich reeds lang van het topologisch onderzoek had afgewend, publiceerde hij nog een verhandeling over de triangulatie van differentieerbare variëteiten. Deze publikatie doet het vermoeden rijzen, dat zijn paperassen nog ander belangrijk niet gepubliceerd topologisch onderzoek bevatten.

Op het Congres van Rome in 1908 trad Brouwer in het licht van de internationale openbaarheid. In 1910 bezocht hij Parijs, waar hij voornamelijk met H. Poincaré en E. Borel contacten opnam; vanaf 1911 kwam hij geregeld in Göttingen; in 1912 nam hij aan het Internationaal Congres in Cambridge deel, aan de Deutsche Naturforscherversammlung en het congres van de Deutsche Mathematiker-Vereinigung in Karlsruhe, waar hem de eer te beurt valt, aan een select colloquium over automorfe functies te mogen medewerken. In dezelfde tijd begonnen zijn contacten met A. Schoenflies, die bezig was met een verbeterde editie van zijn „Bericht über Kurven und Punktmannigfaltigkeiten” en hierbij in belangrijke mate van Brouwers kritiek mocht profiteren.

Op de vooravond van de eerste wereldoorlog stond Brouwer in de voorste rij der wiskundige onderzoekers. De oorlog verlamde het internationale mathematische leven. Misschien was het opkomende gebrek aan internationale contacten een der oorzaken, waarom Brouwer zich van de topologie, die toen voor het eerst, juist dankzij Brouwer, in het middelpunt van de belangstelling had gestaan, wendde tot het grondslagenonderzoek van de wiskunde. In 1925—26 werkten P. Alexandroff, K. Menger, L. Vietoris in Brouwers nabijheid. Brouwer was toen niet meer actief in de topologie werkzaam; zijn invloed als mentor valt echter nog wel in het werk van zijn naaste medewerkers te bespeuren.

De literaire invloed, die zijn publikaties van 1911—12 hebben uitgeoefend, was echter van grotere betekenis. Brouwers werk had de naam moeilijk leesbaar te zijn, vóór-brouwerse methoden handhaafden zich nog, en het duurde enige tijd eer anderen zijn werk doordachten en erop voortbouwden. De eersten waren Erhard Schmidt en J. W. Alexander. Door Schmidts colleges werd Heinz Hopf met Brouwers werk bekend. Hopf is het geweest, die Brouwers werk op de meest directe en grootse wijze heeft voortgezet. In 1927 werd de eerstgenoemde auteur van dit bericht, zelf leerling van Hopf, in Berlijn met Brouwer bekend, die toen in Berlijn een reeks colleges gaf; in 1930, na zijn promotie, werd hij Brouwers assistent in Amsterdam, naast W. Hurewicz, die met Menger in Amsterdam was gekomen en dan daar was blijven hangen. Hoewel Brouwer toen de topologie vaarwel had gezegd, was er toch zo iets als een spiritus loci, die Brouwers twee assistenten bezielde, zijn topologische werk voort te zetten. De baanbrekende onder-

zoekingen van Hurewicz zijn dan ook in Amsterdam ontstaan en door Brouwer ter publikatie in de Proceedings der Akademie aangeboden.

Brouwers werk over de grondslagen der wiskunde vertoont dezelfde kenmerken van originaliteit en concessieloze scherpheid als zijn topologische werk. Ook op dit gebied had hij voorlopers, vooral onder de Franse constructivisten, waarvan E. Borel de voornaamste woordvoerder was.

Eerst Brouwer had de moed, uit het constructieve standpunt alle consequenties te trekken. In zijn dissertatie van 1907 vindt men zijn belangrijkste denkbeelden, echter nog enigszins vaag geformuleerd. In het artikel „De onbetrouwbaarheid der logische principes”, in 1908 in het Tijdschrift voor Wijsbegeerte verschenen, spreekt hij de meest revolutionaire conclusie uit: Het logische beginsel van het uitgesloten derde is als wiskundig bewijsmiddel niet betrouwbaar. Tegenover formalisme en logicisme, die beide de wiskunde in beginsel tot een spel met tekens terugbrengen, houdt Brouwer vol dat de wiskunde een bouwen in onze geest is en dat de gedachte van een bestaan van wiskundige objecten buiten onze geest geen duidelijke zin heeft. Bij consequent doordenken voert deze opvatting tot de verwerping van het principium tertii exclusi. Aan deze consequent constructivistische opvatting van de wiskunde gaf hij de naam intuïtionisme, een woord dat veel misverstand heeft gewekt.

In de eerste 10 jaar na zijn promotie kwam Brouwer nauwelijks op deze gedachten terug. Waarschijnlijk werd hij geheel in beslag genomen door zijn topologische werk. Wel zei hij later, dat hij in dit werk getracht had, zoveel mogelijk methoden te gebruiken, waarvan hij vermoedde dat zij constructief te maken zouden zijn. Het lijkt waarschijnlijker, dat dezelfde geestelijke dispositie hem enerzijds tot constructieve methoden, anderzijds tot een constructivistische filosofie dreef. Eerst in 1918 begon hij een reeks publikaties, waarin hij de wiskunde systematisch van de grond af opbouwde volgens intuïtionistische beginselen. Voor die opbouw is een herziening van alle bewijzen nodig; vele resultaten kunnen niet behouden worden, andere slechts in gewijzigde vorm. Het is niet te verwonderen, dat weinig wiskundigen bereid waren, zo vergaande consequenties te aanvaarden op grond van filosofische overwegingen, die hun gezocht moesten voorkomen en die tegen al hun denkgewoonten indruisten. De belangstelling voor Brouwers werk bleef dan ook in hoofdzaak platonisch, zowel bij wiskundigen als bij filosofen. Er waren, behalve zijn directe leerlingen, slechts enkele wiskundigen, die intuïtionistisch werk publiceerden. Een van hen was Hermann Weyl.

Na 1927 werden Brouwers publikaties meer polemisch; verscheidene er van waren redevoeringen, waarin hij zijn opvattingen verdedigde. Ook werkte hij zijn filosofische opvattingen verder uit.

Eerst in de laatste jaren wordt het intuïtionisme meer algemeen als belangrijk en interessant erkend. Verscheidene wiskundigen houden zich

bezig met het onderzoek naar de formele onderstellingen, die bij de uitwerking van de intuitionistische wiskunde gebruikt worden. Reeds in de publikaties uit 1907 en 1908 verbond Brouwer de beschouwingen over de grondslagen der wiskunde met een filosofie der natuurwetenschap. Later werd hij beïnvloed door Mannoury, die de significa in Nederland invoerde en op originele wijze tot een denksysteem ontwikkelde. Hoewel Brouwer veel gedachten aan Mannoury ontleende, sloeg zijn denken tenslotte een richting in, die tegenovergesteld was aan die van Mannoury. Tegenover de sterk sociaal gerichte beschouwingen van de laatstgenoemde stelde hij een denkwijze, die, consequent doorgevoerd, tot het solipsisme moest leiden. In zijn rede op het filosofencongres in 1948 te Amsterdam komt die duidelijk tot uiting. Hoewel zijn zuiver filosofische geschriften niet op hetzelfde peil staan als die over wiskunde en grondslagen der wiskunde, treft toch ook hierin het onverbiddelijk doordenken in de eenmaal ingeslagen richting.

We hebben getracht, Brouwers wetenschappelijke persoonlijkheid in haar ontwikkeling te schetsen. We ontveinzen ons niet, dat deze schets zeer onvolmaakt is. Zonder kennis van Brouwers anekdota en zijn omvangrijke correspondentie kan men in deze niet veel meer doen dan combineren en gissen. Met meer kennis van zaken zou men vermoedelijk het alleszins boeiend en belangwekkend relaas kunnen geven van de wordingsgeschiedenis van een groot wiskundige en markant mens.

Abstractie gepaard gaande met een levendige meetkundige intuïtie zijn de kenmerken van Brouwers werk. Van de onberispelijke exactheid van zijn redeneringen getuigt ook zijn stijl, de trant van scherp formuleren, waarmee hij hele generaties de stuipen op het lijf jaagde, maar die tegenwoordig zo natuurlijk lijkt dat we thans gemakkelijker Brouwer dan zijn tijdgenoten lezen. In dezelfde stijl gaf hij zijn colleges en hield hij zijn lezingen — indrukwekkend, maar ook adembenemend. Het is jammer dat hij zelden college gaf over die delen der wiskunde, die hijzelf heeft helpen scheppen. Hij heeft dan ook slechts weinig directe leerlingen gehad.

Beide schrijvers van dit stuk hebben in hun studies Brouwers persoonlijke en wetenschappelijke invloeden ondergaan. Zijn lange, magere maar gespierde gestalte, zijn scherpe ascetische gelaatstrekken, zijn hoewel niet krachtige, maar desniettemin besliste stem, zijn zeer persoonlijk handschrift bleven tot in zijn hoge ouderdom het indrukwekkende fysieke correlaat van een genie, dat uitmuntte in originaliteit, diepte en geestelijke zelftucht en dat geen grenzen van vak en discipline kende. De Akademie, die hij meer dan een halve eeuw toegewijd en tot het laatste toe actief diende, heeft in hem een van haar grootste leden verloren.



