

Citation:

T.A. Springer, Levensbericht A. Denjoy, in:
Jaarboek, 1974, Amsterdam, pp. 179-182

Levensberichten Afdeling Natuurkunde

Levensbericht van

A. Denjoy

(5 januari 1884–21 januari 1974)

door T. A. Springer

Arnaud Denjoy, die op 21 januari 1974 op 90-jarige leeftijd te Parijs overleed, werd op 5 januari 1884 geboren te Auch (Zuid-Frankrijk). Na een middelbare schoolopleiding te Auch en Montpellier studeerde hij van 1902–1905 wiskunde aan de Ecole Normale Supérieure te Parijs. Van 1909–1917 was hij „Maître de Conférences” aan de Universiteit van Montpellier. In 1917 kwam hij naar Nederland als hoogleraar in de wiskunde aan de Rijksuniversiteit te Utrecht. Hij verliet ons land weer in 1922, in welk jaar hij „Maître de Conférences” aan de Parijse Universiteit werd. Vanaf 1931 vervulde hij daar een professoraat. Vele eerbetuigingen vielen hem ten deel; zo werd hij in 1942 lid van de Académie des Sciences, als opvolger van Lebesgue. Tijdens zijn verblijf in Nederland, in 1920, werd hij tot lid van de Koninklijke Akademie benoemd.

Het wetenschappelijk werk van Denjoy staat in het teken van de analyse, zoals die in het begin van deze eeuw in de Parijse school werd beoefend. Men denkt daarbij aan de namen van Poincaré, Hadamard, E. Borel en Lebesgue en aan vakgebieden als complexe functietheorie en de theorie van de reële functies. Inderdaad zijn dit de gebieden waarop Denjoy vooral gewerkt heeft. Zijn dissertatie uit 1909 („Sur les produits canoniques d'ordre infini”) gaat over een functie-theoretisch onderwerp. Maar in de 10 jaren daarna werkt Denjoy voornamelijk in de integratietheorie van reële functies. Zijn werk op dit gebied heeft hem vermaardheid gebracht, en ik zal er dan ook wat meer over zeggen.

De belangrijkste gebeurtenis in de integratietheorie in het begin van deze eeuw was de publikatie van de dissertatie „Intégrale, longueur, aire” van Henri Lebesgue in 1902. Het werk van Lebesgue heeft nieuwe wegen geopend in de analyse, zijn integratietheorie van reële functies kan in de huidige analyse niet meer gemist worden. Denjoy's werk knoopt aan bij een deel van Lebesgue's werk waar deze niet tot een volledige oplossing was gekomen, nl. het verband tussen integratie en differentiatie.

Het zeer elementaire probleem waarvan Denjoy uitgaat is het volgende: Gegeven is een reële functie f op een segment $[a, b]$ van de getallenrechte. Gegeven is ook dat f de afgeleide is van een functie F . Het probleem is een procédé te vinden om $F(x) - F(a)$ te vinden uitgaande van f , voor x tussen a en b . Wanneer f continu is dan weet men dat de Riemann-integratie dit procédé levert, men heeft dan nl. $F(x) - F(a) = \int_a^x f(x) dx$.

Uit Lebesgue's werk volgt dat hetzelfde waar blijft wanneer f integreerbaar is in de zin van Lebesgue en begrensd, maar niet alle gevallen worden hierdoor bestreken. Denjoy loste het probleem volledig op, door een procédé („totalisation”) te geven, dat werkt voor iedere afgeleide f .



A. DENJOY

(5 januari 1884–21 januari 1974)

Hij werd daarbij beïnvloed door de ideeën van R. Baire (wiens „Leçons sur les fonctions discontinues” van 1905 door hem zijn geredigeerd) over de constructie van een hiërarchie van functieklassen door herhaalde limietovergangen. De totalisatie van f komt dan ook tot stand door een aftelbaar oneindige aaneenschakeling van integraties à la Lebesgue, sommaties van absoluut convergente reeksen en limietovergangen. Denjoy heeft er op gewezen dat zijn totalisatie een constructief karakter heeft, dit in tegenstelling tot andere methoden die hetzelfde beogen, zoals de methode van O. Perron (1914) en die hij daarom afkeurt. Men moet hierbij wel aantekenen dat de ideeën van Perron, uitgebouwd voor het geval van functies van meer variabelen, achteraf van groot belang zijn gebleken in potentiaaltheorie.

Denjoy's werk over de totalisatie is met vele verfijningen ervan gepubliceerd in drie lange artikelen: „Mémoire sur les nombres dérivés des fonctions continues” (Journal de Math. pures et appl., 1915), „Sur les fonctions dérivées sommables” (Bull. Soc. Math., 1915), „Mémoire sur la totalisation des nombres dérivés non sommables” (Ann. Ec. Norm. Sup., 1916), tezamen meer dan 350 bladzijden tellend (wat voor een stuk wiskunde een uitzonderlijke lengte is). Hij is later nog vele malen teruggekomen op zijn integratietheorie en toepassingen ervan (bijvoorbeeld in de theorie van de trigonometrische reeksen). De huidige positie van de „totalisatie” is curieus. Het uitgangsprobleem (hierboven geformuleerd) is zo natuurlijk en voor de hand liggend dat men een oplossing ervan als een interessant stuk wiskunde moet beschouwen. Toch is er na de eerste decennia van deze eeuw niet veel meer op dit terrein gewerkt en de ontwikkeling van de integratietheorie is een andere kant opgegaan (en sommige tendenties van die ontwikkeling, die bijvoorbeeld naar voren komen in de „Eléments de Mathématique” van N. Bourbaki heeft Denjoy tot in zijn laatste levensjaren sterk afgekeurd). Maar de huidige positie van de totalisatie en wat daarmee samenhangt wordt, geloof ik, nog heel goed gekarakteriseerd door wat Denjoy er zelf in zijn „Notice sur les travaux scientifiques” van 1934 over zegt: „Bien que mon intégrale soit incomparablement moins utilisée que celle de M. Lebesgue, je doute qu'il y ait au monde un mathématicien connaissant la théorie de l'intégrale de M. Lebesgue et ignorant l'existence de la mienne”.

Het wetenschappelijk werk van Denjoy is omvangrijk; het strekt zich dan ook uit over meer dan 50 jaar. Het geheel geeft een beeld van een knap analyticus, en men komt fraaie resultaten tegen. Zo vindt men, in een korte noot van 1921 in de „Comptes Rendus” van de „Académie des Sciences”, een eerste formulering van één der hoofdresultaten van de theorie der quasi-analytische functies (even later door de Zweedse wiskundige T. Carleman in zijn definitieve vorm gebracht).

Een ander onderdeel wil ik nog kort bespreken. Dit is zijn werk over differentiaalvergelijkingen op de torus („Sur les courbes définies par les équations différentielles à la surface du tore”, Journal de Math. pures et appl., 1932). Stel dat f een continue functie is van 2 variabelen die periodiek is in beide variabelen met periode 1 en die aan een Lipschitz-conditie voldoet. De differentiaalvergelijking

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

definieert een vectorveld V op de torus $T = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ (d.i. het Euclidische vlak

modulo de groep der punten met gehele coördinaten). Denjoy bewees in zijn artikel, dat wanneer f continue 2e afgeleiden heeft (een iets zwakkere conditie is ook nog voldoende) een integraalkromme van V hetzij gesloten is hetzij ergodisch (het laatste betekent dat hij willekeurig dicht bij ieder punt van T komt). Het geval van integraalkrommen met een „limietcykel” kan dus niet voorkomen. Hiermee was een lang openstaand probleem van Poincaré opgelost. Denjoy geeft ook voorbeelden, waarbij niet aan de regulariteitsvoorwaarde voldaan is en waar de stelling niet geldt. De problematiek van dit artikel van Denjoy, in een algemener verband, is nog steeds actueel (men kan een fraaie recente toepassing van Denjoy's tegenvoorbeelden vinden in een artikel van P. A. Schweitzer, *Ann. of Math.* 100 (1974), 386–400).

Zoals in het begin gereleveerd, werd Denjoy in 1920 benoemd tot lid van de Akademie. De memorie van aanbeveling voor deze benoeming is ondertekend door J. C. Kluyver, J. Cardinaal, Hk. de Vries, Jan de Vries, D. J. Korteweg, W. Kapteyn, H. A. Lorentz en L. E. J. Brouwer. Na zijn vertrek uit Nederland bleef hij corresponderend lid. Hoewel het verblijf in Nederland voor Denjoy slechts een korte episode was in een overigens typisch Franse geleerdcarière, is het misschien niet oninteressant om over dit verblijf iets meer in detail te treden. De leerstoel in de wiskunde die hij in Utrecht bezette werd van 1878–1916 ingenomen door W. Kapteyn. Uit de notulen van de Faculteitsvergaderingen uit 1916–1917 blijkt dat het nogal wat voeten in de aarde had vóór de opvolging van Kapteyn geregeld was. In 1916 werd eerst geprobeerd een nieuw derde ordinariaat in de wiskunde te verkrijgen, overigens zonder succes. In het begin van 1917 is daarna in de Faculteitsvergaderingen uitvoerig (en naar het schijnt, heftig) gediscussieerd over de vraag of men al dan niet een buitenlander in de vacature Kapteyn moest benoemen. Uiteindelijk is daartoe in positieve zin besloten in maart 1917 en is een voordracht ingediend met de namen van Denjoy, G. Valiron en F. Bernstein. Het schijnt dat bij de discussies adviezen van L. E. J. Brouwer aan individuele leden van de Faculteit een belangrijke rol gespeeld hebben. Na polsing van Denjoy in juni 1917 werd hij op 19 juli 1917 benoemd (met voor 1974 indrukwekkende ambtelijke snelheid!). In de Nederlandse wiskundige wereld van 1917 waar de contacten met de Franse school, behalve bij Brouwer, gering waren, moet de aankomst van een jonge, zich in een wetenschappelijk zeer productieve periode bevindende Franse geleerde, iets zeer bijzonders geweest zijn. Men krijgt de indruk dat de kennismaking over en weer geen problemen heeft opgeleverd en dat Denjoy in goede harmonie met collega's en studenten heeft gewerkt.

Over zijn activiteiten in Utrecht valt het een en ander te achterhalen. Zo kan men uit de *Series Lectionem* van de betrokken studie jaren zien dat de onderwerpen van zijn colleges voor kandidaten nauw verband hielden met het terrein waarop hij op dat ogenblik wetenschappelijk werkte, hetgeen vermoedelijk nogal ongebruikelijk was in de Nederlandse wiskundige wereld. Voorts beschikte hij over een assistentenplaats, eerst bezet door T. J. Boks, later door J. G. van der Corput. Na zijn vertrek naar Parijs schijnt deze plaats weer te zijn vervallen. Denjoy's betrekkelijk korte Utrechtse tijd heeft enkele onder zijn leiding tot stand gekomen dissertaties opgeleverd nl. van T. J. Boks en van H. Looman. Voorts is ook J. Ridder bij hem gepromoveerd. Tijdens het laatste deel van

zijn verblijf in Utrecht kwam Denjoy in wiskundig contact met zijn latere opvolger in Utrecht, J. Wolff, op dat moment hoogleraar in Groningen. Ook nadat Denjoy naar Parijs was gegaan zijn de wetenschappelijke contacten met Wolff blijven voortbestaan, tot in de tweede wereldoorlog. Wolff heeft deze niet overleefd, als slachtoffer van de Jodendeportatie kwam hij begin 1945 om.

Al met al kan men constateren dat Denjoy's verblijf in Nederland hier stimulerend heeft gewerkt. Hijzelf heeft retrospectief met veel sympathie over zijn Nederlandse tijd gesproken, en is hier nog verschillende malen geweest. Maar het is niet verwonderlijk dat bij iemand die zo'n hoge leeftijd heeft bereikt, de contacten met ons land in de laatste 20 jaren gering waren.

T. A. SPRINGER

