Mathematics. — „*Ueber die Zulassung unendlicher Werte für den Funktionsbegriff.*" By Prof. L. E. J. BROUWER.

(Communicated at the meeting of January 26, 1924).

Unter einer *endlichen Funktion* versteht man ein Gesetz, das jeder reellen Zahl x *einer gewissen Spezies* eine reelle Zahl $y = f(x)$ zuordnet; unter einer *unitär beschränkten Funktion* eine endliche Funktion, für welche $-1 \leq y \leq 1$ ist; unter einer *reduziert unitären Funktion* ein Gesetz, das jeder reellen Zahl x einer gewissen Spezies einen Punkt $y = f(x)$ des Zirkularkontinuums zuordnet, das aus dem Kontinuum der reellen Zahlen y mittels Identifizierung von y und $y+1$ hervorgeht; unter einer *vollen Funktion* eine Funktion, bei welcher die Zuordnung für jede *beliebige* reelle Zahl x stattfindet.

Um nun auch elementaren Relationen wie $y = \frac{1}{x}$ den Charakter einer vollen Funktion erteilen zu können, wird man zu den Begriffen der *infinitären Funktion* und der *reduziert infinitären Funktion* geführt, bei denen für $f(x)$ auch unendliche Werte zugelassen sind. Diese Begriffe können aber nicht einfach definiert werden als Gesetze, die jeder reellen Zahl x einer gewissen Spezies ein $y = f(x)$ zuordnen, das im ersteren Falle entweder den Wert $+\infty$, oder den Wert $-\infty$, oder eine reelle Zahl, im letzteren Falle entweder den Wert ∞, oder eine reelle Zahl darstellt. So nämlich würde die Relation $y = \frac{1}{x}$ noch immer keine volle (reduziert infinitäre) Funktion liefern, weil sie der reellen Zahl r (vgl. Journal f. d. reine u. angewandte Mathematik 154, S. 3) weder den Wert ∞, noch eine reelle Zahl zuordnet.

Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, muss man seine Zuflucht nehmen zu einer Definition folgender Art (die auch in Bd. XIII N°. 2 der Verhandelingen dieser Akademie, Eerste Sectie, im letzten Absatz von S. 17 zu lesen ist):

Unter einer *infinitären* bzw. *reduziert infinitären Funktion* wird das Resultat verstanden, das herauskommt, wenn eine unitär beschränkte bzw. reduziert unitäre Funktion der „infinitär ausdehnenden Transformation"

$$x' = x; \quad |y'| = -\log\{1 - |y|\}; \quad yy' \geq 0$$

unterzogen wird.