

Physics. — *Pouvoir rotatoire magnétique d'un cristal uniaxe suivant des directions obliques sur l'axe; détermination de la rotation de la tysonite suivant une direction voisine d'un axe binaire, à la température du nitrogène liquide.* Par M. JEAN BECQUEREL. (Communication N^o. 211a of the physical laboratory, Leiden.) (Communicated by Prof. W. J. DE HAAS.)

(Communicated at the meeting of November 29, 1930).

I. Introduction.

Des expériences faites à la température du laboratoire ont déjà permis d'établir que la tysonite possède suivant une direction normale à l'axe optique un pouvoir rotatoire magnétique plus petit que dans la direction de l'axe¹⁾ : le rapport des constantes de VERDET a été trouvé égal à 0.83.

La tysonite avait été choisie pour ces recherches à cause de son énorme pouvoir rotatoire *paramagnétique* et de sa faible biréfringence. Il y a aujourd'hui d'autres raisons de poursuivre l'étude des propriétés magnéto-optiques de ce même cristal : en effet, les mesures de la rotation magnétique aux températures réalisables avec l'hélium liquide ont montré que suivant l'axe optique la rotation varie suivant une loi d'aimantation en forme de tangente-hyperbolique, et que le moment magnétique actif est voisin du magnéton de BOHR²⁾ ; diverses conséquences ont été exposées dans plusieurs notes³⁾ : il a été établi, en particulier, que le champ électrique qui règne à l'intérieur du cristal joue un rôle capital dans les phénomènes optiques et magnétiques⁴⁾. Il convient donc maintenant de compléter ces résultats par l'étude des effets qui se produisent dans des directions obliques sur l'axe optique, et tout particulièrement suivant les axes binaires.

Ce n'est évidemment que par des expériences aux très basses températures qu'il est possible d'étudier le phénomène au point de vue magnétique. Ces

¹⁾ JEAN BECQUEREL, Comm. Leiden N^o. 191. Journal de Physique S. VI. T. IX, p. 337 (1928).

²⁾ JEAN BECQUEREL et W. J. DE HAAS, Comm. Leiden N^o. 193. Journal de Physique S. VI, T. IX, p. 346 (1928).

³⁾ JEAN BECQUEREL et W. J. DE HAAS. Comm. Leiden N^o. 199. Journal de Physique T. X., p. 283 (1929), H. A. KRAMERS Comm. Leiden Suppl. N^o. 68b. H. A. KRAMERS et JEAN BECQUEREL Comm. Leiden Suppl. N^o. 68c. JEAN BECQUEREL, W. J. DE HAAS et H. A. KRAMERS, Comm. Leiden N^o. 204b.

⁴⁾ JEAN BECQUEREL, Comm. Leiden Suppl. N^o. 68a; Journal de Physique T X p. 313 (1929). Après publication de cet article, j'ai appris que Mlle Rita Brunetti, dans des articles antérieurs, avait reconnu que diverses propriétés des cristaux de terres rares peuvent s'expliquer par l'influence d'un champ électrique interne (Rend. Accad. D. Lincci Vol. VII, Série 6, 1 sem. fasc. 3, p. 238 (1928) — id IX, 6, 1. Sem. fasc. p. 9754 (1929).

expériences viennent d'ailleurs d'être réalisées à Leyde et feront l'objet d'un autre mémoire. Les expériences à la température du nitrogène liquide, dont il va être question, confirment seulement (avec beaucoup plus de précision que les expériences à la température ordinaire) la loi purement optique du phénomène, c'est à dire la loi suivant laquelle la rotation magnétique varie en fonction de l'orientation de l'onde et de l'orientation du champ magnétique par rapport aux axes cristallographiques. On verra, de plus, que le rapport des pouvoirs rotatoires paramagnétiques suivant l'axe optique et suivant une normale à l'axe varie beaucoup avec la température.

II. *Rotation magnétique suivant les diverses directions d'un plan contenant l'axe optique et un axe binaire, lorsque le champ magnétique est parallèle à ce plan.*

La tysonite est un cristal hexagonal. L'axe sénaire est l'axe optique et dans le plan perpendiculaire à cet axe il y a deux sortes d'axes binaires, les diagonales et les apothèmes de l'hexagone.

Considérons un plan parallèle à l'axe optique et à l'un des axes binaires, et supposons une lame cristalline taillée normalement à ce plan. Sur la face OX (fig. 1) faisons tomber un faisceau monochromatique sous l'incidence normale; figurons en OI la normale à l'onde, en OA l'axe optique, en OB

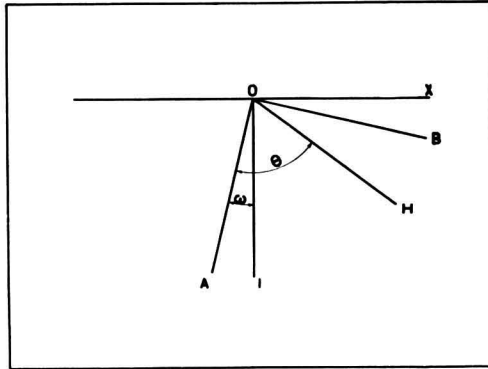


Fig. 1.

l'axe binaire, enfin en OH un champ magnétique parallèle au plan AOB .

Deux hypothèses peuvent être envisagées :

1. Les composantes du champ, $H \cos \theta$ suivant l'axe optique et $H \sin \theta$ suivant l'axe binaire agissent indépendamment l'une de l'autre ; les rotations qu'elles déterminent suivant OA et OB doivent être projetées sur la normale OI à l'onde : la rotation observée est la somme algébrique de ces projections.

2. Les composantes du champ déterminent une aimantation du cristal, qui a pour conséquence une rotation paramagnétique dans la direction de cette aimantation ; la composante suivant OI est la rotation observée¹⁾.

¹⁾ Cette interprétation est due à M. H. A. KRAMERS.

Si la T est assez élevée pour que l'aimantation et les rotations puissent être considérées comme proportionnelles au champ, les deux hypothèses conduisent à la même loi ; mais il n'en serait plus de même aux très basses températures. Nous bornant au cas de la loi linéaire, nous devons avoir pour l'épaisseur e traversée :

$$\varrho = V_A eH \cos \theta \cos \omega + V_A eH \sin \theta \sin \omega \dots (1)$$

où ω et θ sont respectivement l'angle de la normale à l'onde et de l'axe optique et l'angle de l'axe et du champ H , comptés positivement dans le sens habituel de la trigonométrie à partir de l'axe OA . V_A et V_N sont les constantes de VERDET relatives à l'axe optique et à l'axe binaire. Cette généralisation de la loi du cosinus a déjà été indiquée à propos des expériences faites à la température.

La rotation ϱ est considérée ici tout à fait indépendamment de la biréfringence ; nous admettrons que cette rotation se superpose à la biréfringence conformément à la théorie de GOUY. Les formules qui permettent de calculer la rotation du grand axe de la lumière elliptique se déduisent facilement de la représentation sphérique de POINCARÉ.

Soient : $\varphi_0 = \frac{e(n_o - n_e)}{\lambda}$ la différence de phase que prennent les deux composantes d'une vibration rectiligne incidente en traversant la lame quand le champ magnétique est nul ; ϱ la rotation évaluée en prenant la rotation π pour unité ; φ la différence de phase des vibrations elliptiques privilégiées que la lame transmet sans altération sous l'action combinée de la biréfringence et du pouvoir rotatoire :

On démontre que

$$\varphi = \sqrt{\varphi_0^2 + \varrho^2} \dots (2)$$

Posons

$$\operatorname{tg} a = \frac{\varrho}{\varphi_0} \dots (3)$$

Considérons le cas particulier, qui est celui des expériences, où le vecteur électrique incident est une vibration rectiligne normale à l'axe optique (qui par conséquent reste rectiligne dans la traversée du cristal et constitue la vibration ordinaire quand le champ magnétique est nul) ; sous l'action du champ magnétique, la vibration émergente est une vibration elliptique dont le grand axe a tourné de ϱ' à partir de la direction de la vibration incidente. On trouve que

$$\operatorname{tg} 2 \varrho' = \frac{\sin a \sin 2 \pi \varphi}{\cos^2 a + \sin^2 a \cos 2 \pi \varphi} ; \dots (4)$$

cette formule donne, par l'intermédiaire des angles a et $2 \pi \varphi$ la relation entre l'effet combiné ϱ' de la rotation et de la biréfringence, et la rotation ϱ proprement dite.

Pour la démonstration de ces formules, le lecteur voudra bien se reporter à mon précédent mémoire.

III. *Dispositif.*

Le cristal utilisé (qui a déjà servi dans les expériences antérieures) est taillé en forme de cube, et deux faces sont exactement normales à l'axe optique. Il est enchassé dans une monture en argentan à l'extrémité d'une tige de verre bien rectiligne, orientée verticalement, qui pénètre dans un cryostat contenant du nitrogène liquide. La partie supérieure de la tige est solidaire de l'alidade d'un cercle divisé horizontal. Par des tâtonnements assez pénibles on arrive à régler le dispositif de manière qu'en faisant tourner l'alidade, l'axe optique se déplace dans un plan horizontal; on peut alors l'amener à être parallèle au faisceau incident, puis lui donner telle obliquité qu'on veut sur la direction des rayons; on reconnaît que le réglage est réalisé au fait que, le vecteur électrique de l'onde incidente étant vertical, un analyseur croisé avec le polariseur éteint la lumière quelle que soit l'orientation de l'axe optique.

Je croyais que les faces latérales étaient exactement normales les unes à un axe binaire diagonal, les autres à un axe apothème, et j'ai orienté normalement au plan de l'axe optique et du champ magnétique (c'est à dire verticalement) les côtés que je croyais parallèles à un axe apothème. M. MAUGUIN m'a appris qu'il y a une petite erreur de taille, et que les côtés des faces normales à l'axe optique font un angle de 3° avec les axes binaires; par suite la direction perpendiculaire à l'axe optique, dans le plan de cet axe et du champ, considérée dans ce qui suit, fait avec un *axe binaire diagonal* un angle de 3° (à l'erreur près sur l'orientation des côtés par rapport à la verticale).

La lumière employée est la radiation verte de l'arc au mercure (5460.7 \AA).

L'électro-aimant (petit modèle WEISS) repose sur une plate-forme mobile à cercle divisé avec vernier au vingtième de degré, de manière à repérer l'orientation du champ.

Le champ est orienté, non pas longitudinalement, mais transversalement, c'est à dire perpendiculairement au faisceau incident; puis on lui donne diverses obliquités, jusqu'à 15° , sur la normale aux rayons. La lumière tombe sur une face normale à l'axe optique, sous un angle d'incidence que nous avons fait varier jusqu'à 26° (fig. 2).

Les conditions ne sont pas tout à fait celles indiquées au paragraphe précédent, puisque l'incidence n'est pas normale, mais il est facile de voir que pratiquement cela revient au même: le vecteur électrique incident étant perpendiculaire à l'axe, on n'a qu'un rayon réfracté (le rayon ordinaire) si le champ est nul. Dans le champ magnétique on a deux ondes d'indices différents, qui acquièrent une différence de phase φ donnée par la formule (2); dans les conditions indiquées ci-dessus, l'angle de ces deux ondes est toujours inférieur à 0.53 ; il est donc permis de raisonner comme si les

normales aux ondes étaient confondues en une direction unique que nous appellerons rayon réfracté.

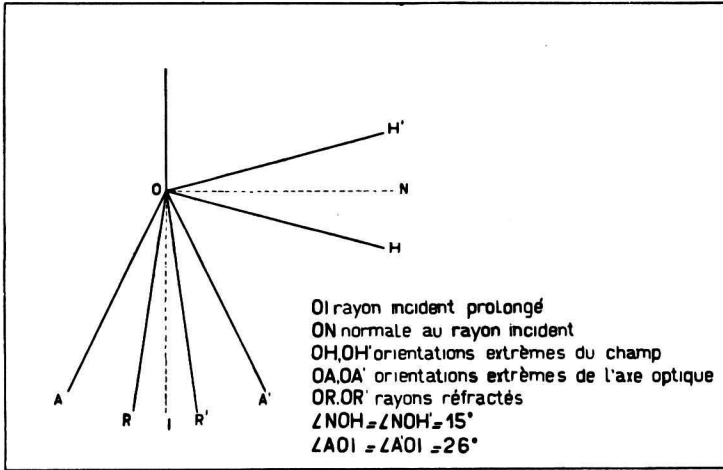


Fig. 2.

D'autre part, pour un angle de réfraction r , l'épaisseur traversée est $\frac{e}{\cos r}$.

La formule (1) s'écrit en remplaçant ω par r et e par $\frac{e}{\cos r}$:

$$\frac{e}{e} = V_A H \cos \theta + V_N H \sin \theta \operatorname{tg} r \quad (5)$$

C'est cette formule, déjà approximativement vérifiée à la température ordinaire, que je me suis proposé de comparer avec les mesures à la température du nitrogène liquide. Malgré les complications introduites par la rotation due au cryostat, les expériences sont plus précises parce que les rotations sont près de quatre fois plus grandes et parce que j'ai employé une méthode, dont il sera question plus loin, qui élimine automatiquement l'influence des erreurs de réglage.

Remarquons que le cristal reçoit la lumière sur une face normale à l'axe optique pour la raison que si l'on utilisait une autre face, la biréfringence deviendrait trop grande par rapport à la rotation et que, de plus, il serait difficile de connaître φ_0 avec une précision suffisante. Le champ a été orienté transversalement, ou au voisinage de l'orientation transversale, parce qu'il convient d'augmenter la part due à la rotation suivant la normale à l'axe.

IV. Réglage de l'axe optique parallèlement au rayon incident et mesure de la différence de phase pour les incidences obliques.

Dans le mémoire déjà rappelé plus haut, j'ai indiqué une méthode permettant, à l'aide d'un compensateur de Babinet, de régler l'axe du cristal parallèlement au faisceau incident et de mesurer les différences de phase φ_0 pour les incidences obliques. Il est plus simple, et peut être plus précis,

d'opérer avec un analyseur à pénombre (sans compensateur), en repérant les orientations du cristal pour lesquelles (sans champ magnétique) la polarisation rectiligne est rétablie, après avoir orienté la vibration incidente à 45° du plan dans lequel se déplace l'axe optique. Avec polariseur et analyseur croisés on obtient les incidences qui correspondent aux différences de phase φ_0 entières, et avec polariseur et analyseur parallèles les incidences pour lesquelles les différences de phase sont demi-impaires.

Les mesures de rotation du grand axe, dans le champ magnétique, permettent aussi, comme on le verra plus loin, de déterminer les incidences correspondant aux valeurs entières et demi-impaires de φ_0 . Les moyennes de toutes les valeurs mesurées donnent les résultats suivants.

Épaisseur, mesurée	}	φ_0	0,5	1	1,5	2
à la température		i	11°,21	16°,04	19°,60	22°,58.
ordinaire = 1,866 mm.)						

Les erreurs sur i sont certainement inférieures à $0^\circ.05$, et probablement de l'ordre de $0^\circ.01$ à $0^\circ.02$.

Ces valeurs se rapportent au cristal plongé dans le nitrogène liquide. Les valeurs correspondant au cristal dans l'air à la température ordinaire sont connues par des mesures antérieures. Les courbes $\varphi_0 = f(i)$ pour le cristal dans l'air et dans le nitrogène liquide ont été construites : un calcul simple montre que si l'épaisseur du cristal était la même et si les indices absolus n'avaient pas varié, le rapport des sinus des incidences dans l'air et dans le nitrogène liquide pour une même valeur de φ_0 serait égal à l'indice du nitrogène par rapport à l'air, et le rapport des φ_0 dans le nitrogène et dans l'air pour une même incidence serait égal au carré de cet indice, pourvu que l'incidence ne soit pas trop grande. On constate précisément sur les courbes que le premier rapport est presque exactement la racine carrée du second, et égal à 1.207; or l'indice du nitrogène mesuré pour le jaune sodium est 1.205; l'écart est précisément le l'ordre de grandeur qu'on peut attendre pour la variation de longueur d'onde entre le jaune et le vert. Il en est ainsi soit parce que l'épaisseur et les indices varient très peu quand on refroidit le cristal, soit parce qu'il se produit une compensation à peu près complète entre les effets dus à la variation d'épaisseur, et ceux dus à la variation des indices.

J'ai donc adopté 1.207 pour l'indice du nitrogène liquide, et par suite j'ai pris pour l'indice ordinaire de la tysonite par rapport au nitrogène la valeur $\frac{1.6159}{1.207} = 1.338_8$. Les valeurs de $tg r$ (qui intervient dans la formule 4) s'en déduisent pour les diverses incidences du faisceau lumineux. On peut aussi calculer φ_0 pour une incidence quelconque ¹⁾.

¹⁾ Chacune des incidences mesurées correspondant aux valeurs entières et demi-impaires de φ_0 permet, connaissant l'indice ordinaire, de calculer l'indice extraordinaire, par des formules bien connues déduites de la construction d'Huyghens. Les diverses valeurs mesurées de i conduisent à des valeurs de n_e extrêmement voisines. Adoptant pour n_e la valeur moyenne, les mêmes formules donnent φ_0 pour une incidence quelconque.

V. Méthode de mesure éliminant l'influence des erreurs de réglage.

En principe, on oriente la vibration incidente perpendiculairement au plan dans lequel on déplace l'axe optique et l'on mesure, pour une orientation et une intensité données du champ, la rotation ϱ' du grand axe de la lumière elliptique émergente pour diverses valeurs de l'angle d'incidence.

On repère les orientations, en adoptant deux positions „zéro” l'une pour le cristal, l'autre pour l'aimant, qui sont obtenues par les opérations suivantes: on commence par régler l'axe optique parallèlement au faisceau incident (§ IV), puis on oriente l'aimant dans une position telle qu'il n'y ait pas de rotation¹⁾; on a alors $r=0$, $\varrho=0$ et par suite $\theta=\frac{\pi}{2}$ (formule 5): le champ est normal au faisceau incident (et à l'axe). On note sur les cercles gradués les orientations du cristal et de l'aimant: ce sont les positions zéro à partir desquelles les angles seront mesurés.

Mais ces opérations ne se font pas sans erreurs:

1^o. la vibration incidente n'est qu'assez grossièrement normale à l'axe; or la relation entre ϱ et ϱ' donnée par les formules (2), (3), (4) n'est exacte que pour une vibration perpendiculaire à l'axe.

2^o. L'erreur sur l'orientation du cristal peut atteindre 0^o.1; si l'axe n'est pas parallèle aux rayons incidents (au rayon moyen car la lumière n'est pas rigoureusement parallèle) le second terme de la formule (5) n'est pas nul et dans le réglage de l'aimant la rotation est annulée, non plus parce que les deux termes sont nuls, mais parce qu'ils sont égaux et de signes contraires. Il y a d'ailleurs une légère erreur sur la position pour laquelle il n'y a plus de rotation.

En résumé, dans les positions zéro adoptées, l'axe du cristal n'est pas exactement parallèle et le champ n'est pas rigoureusement normal au faisceau.

L'influence de ces erreurs est suffisamment bien corrigée par la méthode suivante: Soient (fig. 3) OI la direction du rayon incident prolongé, ON la normale à OI , OA_0 et OH_0 les orientations du cristal et du champ dans les positions zéro, comportant les erreurs de réglage ε et η ; nous tournons l'aimant de l'angle χ à partir de OH_0 pour l'amener en OH_1 ; puis nous tournons le cristal de l'angle i à partir de OA_0 ; l'axe est venu en OA_1 . Nous produisons le champ H et nous mesurons la rotation ϱ'_1 du grand axe; puis nous donnons le champ opposé — H et nous mesurons une rotation — ϱ'_2 ; ces deux rotations ne sont pas égales en valeur absolue à cause de l'erreur d'orientation de la vibration incidente, mais la moyenne $\frac{\varrho'_1 + \varrho'_2}{2}$ représente pratiquement la grandeur de la rotation qu'on aurait si la vibration incidente était normale à l'axe, pour l'angle du champ et de ON ($\chi + \eta$) et pour l'angle d'incidence ($i + \varepsilon$).

¹⁾ Ce réglage est assez sensible, car à la température de 77^o.5 K. et avec le champ de 18700 g employé, pour le cristal d'épaisseur 1,866 mm un déplacement de 0^o.1 de l'aimant à partir de la position de rotation nulle donne une rotation de 0^o.135.

Nous donnons maintenant au champ et au cristal des orientations OH_2 , OA_2 symétriques des premières par rapport à OH_0 et à OA_0 . Le champ H

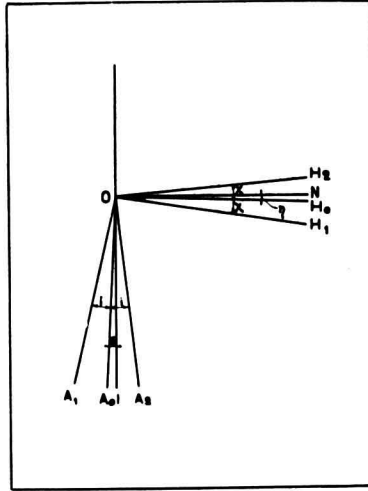


Fig. 3.

donne une rotation $-\varrho'_3$ et le champ H une rotation ϱ'_4 . La moyenne $\frac{\varrho'_4 + \varrho'_3}{2}$ représente la rotation pour les angles $(\chi - \eta)$ et $(i - \varepsilon)$.

La moyenne générale

$$\frac{\varrho'_1 + \varrho'_2 + \varrho'_3 + \varrho'_4}{4}$$

est toujours très voisine de la rotation cherchée pour les angles χ et i^1). Les formules (2) (3) (4) deviennent alors applicables. Il subsiste naturellement, les erreurs expérimentales sur les mesures des rotations ainsi que de la phase φ_0 , et sur les lectures des angles i et χ . Encore la lecture de χ sur le cercle gradué peut elle être contrôlée et au besoin corrigée par la mesure de la rotation quand le cristal est au zéro ; car il est facile de voir (formule (5)) qu'à cause de la petitesse des erreurs de réglage et de la très faible valeur de r pour l'incidence A_0OI la moyenne des rotations obtenues quand l'axe est en OA_0 et le champ successivement en OH_1 et en OH_2 peut être considérée comme égale à celle qu'on aurait si l'erreur ε était nulle et si l'on avait fait tourner l'aimant, à partir de ON , de l'angle χ moyenne des deux angles réellement donnés de part et d'autre de OH_0 . La constante V_A étant

1) Pour fixer les idées, admettons des erreurs plutôt fortes $\varepsilon = 0^\circ,2$ et $\eta = 0^\circ,1$ dans les sens indiqués sur la figure (3). On reconnaît par des calculs numériques que la méthode des positions symétriques corrigerait d'une façon presque parfaite les valeurs de ϱ , mais on mesure les rotations ϱ' du grand axe : on trouve que pour ϱ' , l'erreur qui subsiste est inférieure au centième de degré tant que l'incidence ne dépasse pas 10° ; elle devient plus grande pour les fortes incidences surtout au voisinage de celles pour lesquelles $\sin 2\pi\varphi = \pm 1$, mais n'atteint pas $0^\circ,08$ dans les conditions des expériences. Si les sens des erreurs ε et η n'étaient pas ceux indiqués sur la figure, il en serait encore de même.

très bien connue, la mesure de la rotation dans la position zéro du cristal (très précise parce que la biréfringence s'annule) donne, plus exactement que les lectures sur le cercle divisé, l'angle χ qu'il convient d'adopter.

VI. Correction de la rotation due au cryostat.

Le cryostat (verre et azote liquide) a une rotation propre α dont il faut tenir compte. Ce serait une erreur de croire que la rotation α s'ajoute algébriquement à la rotation due au cristal: cela n'est exact que pour la rotation $\frac{\alpha}{2}$ de la moitié du cryostat traversée après le cristal. La première moitié, en dérégulant l'orientation initiale de la vibration, donne lieu à un effet compliqué car la rotation du grand axe, dans le cristal, est fonction de cette orientation. Les formules qui donnent la rotation du grand axe à la sortie du cristal en fonction de ϱ , φ_0 , α s'établissent sur la représentation de POINCARÉ par des calculs un peu plus longs que ceux qui conduisent aux formules (2) (3) (4). Nous nous bornerons à donner les résultats:

En plus des angles α et $2\pi\varphi$ ayant la signification précédemment indiquée, on introduit des angles α' , β , ψ définis par les relations:

$$\cos \alpha' = \cos \alpha \cos \alpha; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha}; \quad \psi = 2\pi\varphi + \beta \dots (6)$$

La rotation ϱ'_1 du grand axe est alors donnée par la formule

$$\operatorname{tg} 2\varrho'_1 = \frac{\sin \alpha' \sin \psi}{\cos \alpha \cos \alpha' + \sin \alpha \sin \alpha' \cos \psi} \dots (7)$$

Si l'on rapporte les sens des rotations au sens du champ magnétique, (comme on le fait toujours pour les rotations magnétiques) α et α' doivent être pris avec le signe de la rotation propre ϱ du cristal et α est une rotation positive.

La rotation totale du grand axe due au cristal et au cryostat est $\varrho'_1 + \frac{\alpha}{2}$.

Les mêmes formules (6) et (7) donnent la rotation si l'on ajoute à α l'erreur de réglage sur l'orientation de la vibration issue du polariseur, mais avec cette différence que, d'après les conventions sur les signes, l'erreur de réglage doit être prise avec des signes contraires pour deux sens opposés du champ; c'est la raison pour laquelle l'influence de cette erreur s'élimine à peu près complètement par la moyenne des mesures dans deux champs de sens contraires: si l'un admet un déréglage de 3° , par exemple, l'application numérique des formules précédentes montre que dans nos expériences le procédé de mesure par inversion du champ donne, au moins au centième de degré près, le même résultat que si la vibration issue du polariseur était normale à l'axe optique. L'erreur due au défaut de réglage devient ainsi notablement inférieure aux erreurs sur les mesures des rotations.

VII. Détermination de la rotation normale à l'axe optique et vérification de la loi de la rotation.

Les expériences ont été faites en donnant à l'angle χ entre le champ et la normale au faisceau les valeurs suivantes 0° ; $1^\circ.00$; $2^\circ.01$; $2^\circ.98_5$; $4^\circ.03$; $5^\circ.04$; $10^\circ.00$; $15^\circ.00$.

Le champ a été maintenu constant et égal à $18700 g^1$).

Pour chaque orientation de l'aimant, on a mesuré les rotations en faisant varier l'incidence i généralement de degré en degré ; mais avec certaines incidences la mesure n'a pas été possible, le rapport des axes de la vibration elliptique étant trop voisin de l'unité.

Si l'on trace, pour chaque orientation de l'aimant, la courbe représentant la rotation du grand axe en fonction de l'incidence (graphique, fig. 4), on voit que la rotation du grand axe s'annule et change de sens pour des incidences légèrement inférieures à celles pour lesquelles la différence de phase φ_0 est entière ou demi-impair : ce sont les incidences pour lesquelles (formule (4)) $\sin 2\pi\varphi = 0$, peu différentes de celles pour lesquelles $\sin 2\pi\varphi_0 = 0$, car la rotation ϱ est petite en comparaison de φ_0 dès que l'incidence atteint une dizaine de degrés²).

Il y a une autre valeur de l'incidence pour laquelle la rotation du grand axe est nulle : c'est celle qui correspond à $\sin a = 0$, ou $\varrho = 0$: les rotations dues aux composantes du champ suivant l'axe optique et suivant la normale sont égales et de sens contraires. *La détermination de l'incidence pour laquelle la rotation propre du cristal est nulle donne directement le rapport des deux constantes de Verdet* : on a en effet d'après (5)

$$\frac{V_A}{V_N} = - \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} r, (8)$$

dans laquelle

$$\theta = \frac{\pi}{2} + i - \chi .$$

Bien entendu, pour déterminer cette incidence il faut, sur la courbe des rotations mesurées, chercher l'incidence pour laquelle la rotation est, non pas

¹) L'angle χ le plus grand, 15° , soigneusement mesuré sur le cercle divisé de la plate forme de l'aimant, a été considéré comme exact. Par la mesure de la rotation quand l'incidence i est nulle, on en déduit VAH , d'où la valeur ci-dessus de H , V_A étant connu par des expériences antérieures où l'axe était parallèle au champ et au faisceau. Les rotations pour l'incidence nulle dans les autres positions de l'aimant ont donné les angles adoptés ici, qui sont bien égaux aux angles mesurés sur le cercle divisé, ou n'en diffèrent que de quelques centièmes de degrés.

²) La détermination des incidences pour lesquelles φ est entier ou demi-impair et le calcul de ϱ par la formule (9) (voir plus loin) permettent de déterminer les valeurs de φ_0 pour les mêmes incidences. Il est facile d'en déduire, par le tracé suffisamment exact de la courbe $\varphi_0 = f(i)$ résultant des mesures indiquées au § IV, les incidences correspondant à φ_0 entier ou demi-impair. Chaque série de mesures, pour un angle donné, fournit ainsi deux déterminations de i pour chaque φ_0 entier ou demi-impair (deux déterminations parce qu'on tourne le cristal dans les deux sens à partir de la position zéro). Pour chaque φ_0 , les incidences trouvées ne diffèrent jamais de plus de $0^\circ.15$ et la moyenne donne l'incidence qu'il convient d'adopter, avec une précision certainement supérieure au vingtième de degré.

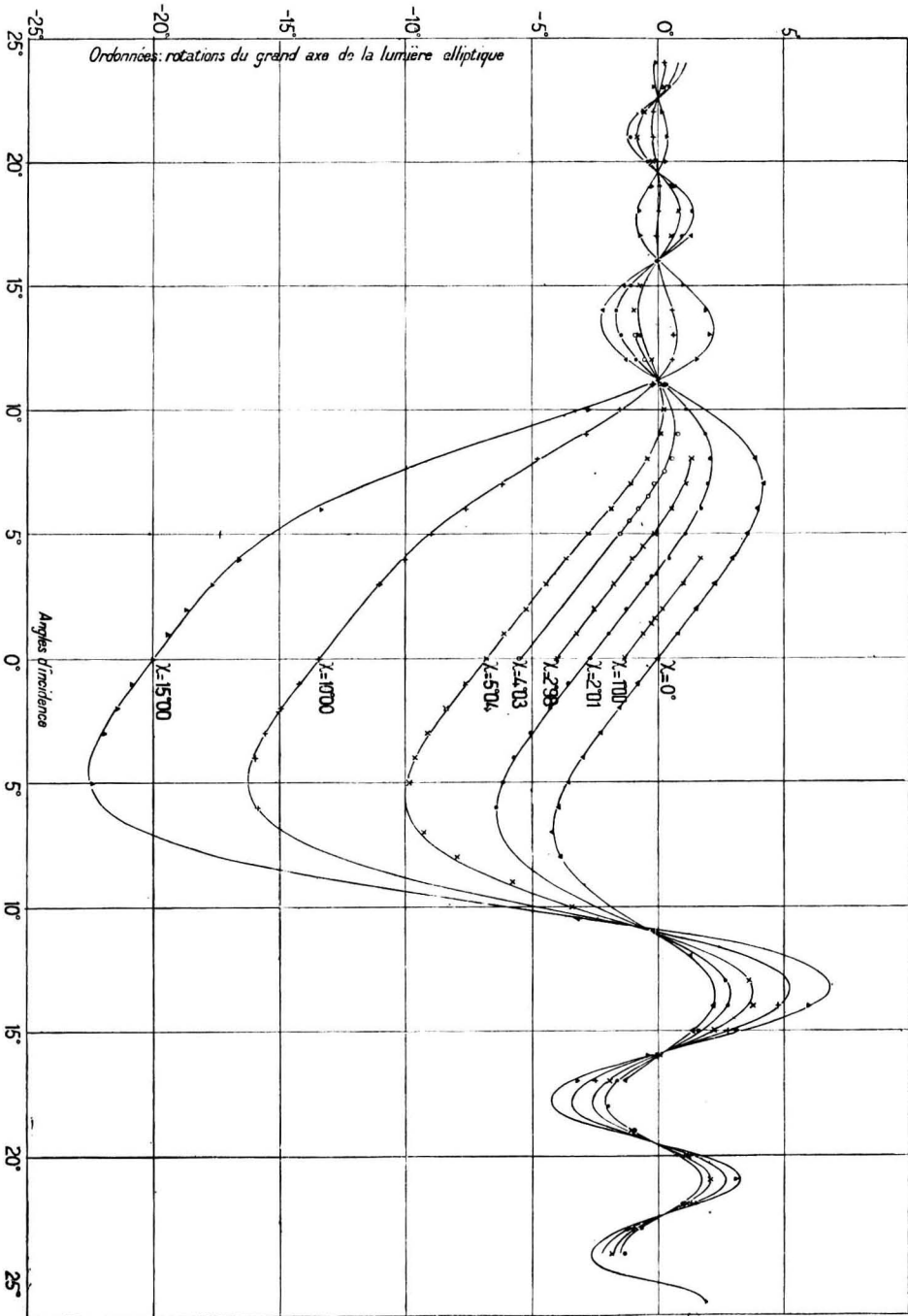


Fig. 4.

nulle, mais égale à l'effet du cryostat ; d'après (7), dans le cas particulier où $a=0$, la correction du cryostat est

$$\frac{a}{2} (1 + \cos 2\pi\varphi_0).$$

Les valeurs trouvées pour le rapport $\frac{V_N}{V_A}$ par les cinq courbes expérimentales correspondant aux angles χ entre 1° et 5° sont les mêmes à 0.08 % près¹⁾ ; la moyenne est

$$\frac{V_N}{V_A} = 0,579.$$

La constance de la valeur trouvée pour $\frac{V_N}{V_A}$, en faisant varier l'orientation du champ, est déjà une première vérification de la formule (5). Nous pouvons maintenant obtenir une vérification bien plus complète. En effet, avec l'intensité $H=18700$ g, $V_A eH=-77^\circ.35$; d'après le rapport ci dessus, on doit avoir $V_N eH=-44^\circ.79$ et par suite la formule (5) s'écrit

$$\varrho = -77^\circ.35 \cos \theta - 44^\circ.79 \sin \theta \operatorname{tg} r; \quad (9)$$

Cette formule permet de calculer les rotations pour toutes les valeurs qu'on veut de θ et de i ; ensuite les formules (2), (3), (4) donnent les rotations ϱ' du grand axe.

Ce sont les valeurs de ϱ' ainsi calculées qui sont portées en ordonnées sur le graphique (fig. 4) et auxquelles correspondent les courbes tracées ; le signe de ϱ' est rapporté, suivant l'usage, au sens du champ²⁾ ; les abscisses sont les valeurs de l'angle d'incidence : les valeurs portées en abscisses positives correspondent au cas où l'axe et l'aimant ont été tournés en sens opposés à partir des positions zéro, les abscisses négatives se rapportent au cas où l'axe et l'aimant ont été tournés dans le même sens. Chaque courbe correspond à une orientation, donnée de l'aimant.

Les points marqués représentent les rotations ϱ' mesurées et corrigées de l'effet du cryostat³⁾. Pour obtenir cette correction, on a établi pour chacune des orientations χ données à l'aimant le graphique représentant, en fonction de i , la différence (calculée par les formules (4) et (7)) entre la rotation du grand axe due au cristal seul et la rotation due à l'ensemble cristal et cryostat.

On voit que les courbes théoriques, équivalentes à la loi donnée par la

¹⁾ Avec $\chi=10^\circ$ et $=15^\circ$ l'incidence pour laquelle $\varrho=0$ ne peut pas être déterminée avec une précision suffisante, à cause du trop grand voisinage d'incidences pour lesquelles la rotation du grand axe s'annule encore (φ entier ou demi-impair).

²⁾ Les pouvoirs rotatoires de la tysonite suivant l'axe et normalement à l'axe étant négatifs, les rotations de même sens que dans le cas où l'axe optique est parallèle au faisceau incident, et le champ dirigé suivant cette direction, ont été portées en ordonnées négatives.

³⁾ La rotation propre du cryostat est $\alpha = 1^\circ.38 \sin \chi$.

formule (5), représentent les mesures d'une façon très satisfaisante ; les écarts n'ont rien d'anormal si l'on songe à la difficulté des mesures des rotations ϱ' quand la vibration elliptique n'est pas de forme très allongée, ainsi qu'aux erreurs sur les angles d'incidence qui ne sont mesurés qu'à un vingtième de degré près. Il y a, de plus, surtout pour les grandes incidences, une certaine imprécision dans les valeurs de φ_0 , car la phase varie très vite en fonction de l'incidence.

VIII. *Conclusions.*

Cette série d'expériences montre :

1. Que la loi de la rotation magnétique de la tysonite dans des directions obliques sur l'axe, admise au § 2, est en bon accord avec l'expérience et ne paraît pas douteuse. Elle n'est d'ailleurs relative qu'au cas où l'effet reste linéaire : il conviendra de chercher la loi générale, applicable aux grandes valeurs de $\frac{H}{T}$.

2. Que le rapport du pouvoir rotatoire normal à l'axe optique au pouvoir rotatoire suivant l'axe est bien plus petit à 77° 5 K qu'à la température ordinaire (0.579 au lieu de 0.83). Cependant cette comparaison comporte une grosse lacune : dans les expériences actuelles, la normale à l'axe optique était voisine d'un axe binaire diagonal ; dans les expériences anciennes faites à 293° K la normale à l'axe optique était aussi voisine d'un axe binaire, mais j'ignore s'il s'agissait du même axe. Bien que le cristal soit optiquement uniaxe, il n'est pas du tout certain que la rotation *paramagnétique* soit la même dans toutes les directions normales à l'axe optique, car il peut y avoir une anisotropie magnétique dans le plan normal à cet axe.

J'adresse mes vifs remerciements à M. LOUIS MATOUT, Sous-Directeur au Museum National d'Histoire Naturelle, dont le concours m'a été précieux dans le montage du dispositif et la réalisation des expériences.
