naphtalene we calculate 104°, which is far more favourable and is reflected in the uncommonly high value for the increase in conductivity. Considering the problem in this light, we must assume that the nitro groups in dinitropyrocatechol bend the hydroxyl groups towards each other. A slight decrease of the two angles of 120° has immediately a strong influence upon the angles of the central boron atom.

Delft, February 1939.

Mathematics. — *Die projektiven Invarianten von vier und fünf Geraden im R_4.* Von R. WEITZENBÖCK.

(Communicated at the meeting of February 25, 1939.)

Bei Geraden $a, \alpha, p, m, \varphi, \ldots$ im vierdimensionalen Raume R_4 ergeben sich auf geometrischem Wege wie folgt die einfachsten projektiven Invarianten: wir verbinden die Geraden a und α zu einem linearen $R_3\, S'_{12}$, ebenso p und m zu einem Raum S'_{34}. Diese beiden Verbindungsräume schneiden sich in einer Ebene $(S'_{12}\, S'_{34})$. Sie trifft die fünfte Gerade φ, wenn die Invariante

$$\sum_{ik} \varphi_{ik}\, (S'_{12}\, S'_{34})_{ik} = A_{5,\,12,\,34}$$

verschwindet.

Ich beweise im Folgenden, dass sich bei vier und bei fünf Geraden im R_4 jede projektive Invariante durch Invarianten $A_{i,jk,rs}$ der genannten Art ausdrücken lässt. Ueberdies bilden diese Invarianten bei willkürlich vielen Geraden auch eine Rationalbasis für alle projektiven Invarianten.

§ 1. *Allgemeines.*

Wir gehen aus von einer Anzahl willkürlicher Geraden des vierdimensionalen Raumes in allgemeiner Lage mit den Koordinaten

$$a_{ik},\ \alpha_{ik},\ p_{ik},\ m_{ik},\ \varphi_{ik}, \ldots \qquad (1)$$

und stellen diese Koordinaten dar mit zweifältigen Komplexsymbolen

$$a_{ik} = a_i\, a_k = b_i\, b_k = c_i\, c_k = \ldots,$$

wobei also $b, c, \ldots$ mit a äquivalent ist. Ebenso seien $\beta, \gamma, \ldots$ mit α; $q, r, \ldots$ mit p u. s. w. äquivalent.

Nach dem ersten Hauptsatz der symbolischen Methode ist dann jede ganze rationale projektive Invariante der Geraden (1) ein Produkt von Klammerfaktoren der Gestalt $f = (a\, \alpha\, p\, \pi\, \varrho)$, über die man eine Reihe von Voraussetzungen machen kann u. zw.:

a. Jedes f hat die Gestalt $(apma^2)$, enthält also mindestens zwei gleiche Reihen. In

$$J = (a\, \alpha\, p\, \pi\, \varrho)\, (a \ldots) \ldots$$

lässt sich nämlich die Reihe a des zweiten Faktors in den ersten hineinbringen [1]).

---

[1] Vgl. meine "Invariantentheorie", Groningen, p. 79, (1923).

b. Ein Faktor $(a^2 b \ldots)$ gibt Null, da die a_{ik} die Koordinaten einer Geraden sind.

c. Dasselbe gilt für Faktoren $(abc\,..)$; denn bringt man in diesen z. B. die zweite Reihe a, so enthält das Umformungsergebnis $(a^2 c\,..)$ oder $(a^2 b\,..)$.

Bei einem Faktor der Gestalt $(pa^2 \alpha^2)$ werden wir die Koordinaten $(S'_{12})_i$ des Verbindungsraumes S'_{12} der Geraden a und α als neue Reihe einführen, sodass

$$(pa^2 \alpha^2) = (pS'_{12}) = (pS'_{21}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wird. Wir setzen also

$$(S'_{12})_1 = +4\,(a_{23}\,\alpha_{45} + a_{24}\,\alpha_{53} + a_{25}\,\alpha_{34})$$
$$(S'_{12})_2 = -4\,(a_{13}\,\alpha_{45} + a_{14}\,\alpha_{53} + a_{15}\,\alpha_{34}) \quad \text{u. s. w.}$$

Dieser Abmachung zufolge kann jetzt auch eine Reihe a in Linearfaktoren (aS'_{ik}) auftreten. Hierdurch bleiben die obigen Bemerkungen (*a*), (*b*) und (*c*) ungeändert und es stellen sich Invarianten der Gestalt

$$A_{1,ik,rs} = (aS'_{ik})\,(aS'_{rs}) = -A_{1,rs,ik} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

ein. Hier müssen i, k, r und $s \neq 1$ und überdies $ik \neq rs$ sein. Wir haben z. B.

$$A_{1,23,45} = (aS'_{23})\,(aS'_{45}) = (a\alpha^2\,p^2)\,(am^2\,\varphi^2).$$

Bringen wir hier die Reihe a des zweiten Faktors in den ersten, so ergibt sich

$$A_{1,23,45} + A_{2,31,45} + A_{3,12,45} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Eine analoge Gleichung gibt die zyklische Symmetrie bezüglich der Indizes 1, 4 und 5.

Stehen nur vier verschiedene Indizes zur Verfügung, ist also z. B. 2 mit 4 äquivalent, so fällt in Gleichung (4) der mittlere Term weg und es wird

$$A_{1,23,25} = -A_{3,12,25} = -A_{5,23,12} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Die Einführung der Reihen S' gibt dann zu zwei weiteren Bemerkungen Veranlassung:

d. Ein Faktor $(ab\,.\,m^2)$ ist Reduzent. Bringt man nämlich in

$$J = (ab\,.\,m^2)\,(a \ldots .) \ldots .$$

die Reihe a aus dem zweiten Faktor in den ersten, so ergibt sich wegen (*b*) die Reihe S'_{14}.

e. Ein Faktorenpaar $(a\,..\,m^2)\;(a\,..\,n^2)$, wo n mit m äquivalent ist, ist ein Reduzent. Auch hier führt die Vereinigung der beiden Reihen a zur Reihe S'_{14}.

§ 2. *Vier Geraden.*

Die bisherigen Bemerkungen ergeben mühelos die Invarianten von vier Geraden im R_4 (Zwei und drei Geraden haben keine projektiven Invarianten im R_4).

Wir haben hier neben (3) und der in den Gleichungen (10) behandelten Möglichkeit die Ansätze:

$$J_1 = (a\alpha\,pm^2)\,(a \ldots \pi^2)$$

und

$$J_2 = (a\alpha\,pm^2)\,(aS'_{ik}).$$

Bei J_1 kann π^2 nach Bemerkung (*e*) kein n^2 sein, also z. B. $\pi^2 = \beta^2$ und

$$J_1 = (a\alpha\,pm^2)\,(axy\beta^2),$$

wobei x und y nach Bemerkung (*d*) nicht mit a äquivalent sein können. Bringt man hier die zweite Reihe a in den ersten Klammerfaktor, so tritt die Reihe S'_{14} auf, bis auf den Term

$$(a^2\,\alpha\,pm)\,(mxy\beta^2).$$

Hier können x und y nach Bemerkung (*b*) nicht mit β und nach Bemerkung (*d*) nicht mit m äquivalent sein. Also bleibt $x, y = p, q, r$, d.h. Reduktion nach Bemerkung (*d*).

Bei J_2 hingegen wird

$$J_2 = (a\alpha\,pm^2)\,(aS'_{ik})\,(\alpha S'_{rs})\,(pS'_{hj}).$$

Wäre hier einer der Indizes i, k, r, s, h oder j gleich 4, z. B. $i = 4$, so gäbe die Umformung von $(a\alpha pm^2)\,(aS'_{4k})$, wobei wieder die zweite Reihe a in den Klammerfaktor gebracht wird, eine neue Reihe S'_{14}, also Reduktion. Für J_2 bleibt also nur die Möglichkeit

$$J_2 = (a\alpha\,pm^2)\,(aS'_{23})\,(\alpha S'_{13})\,(pS'_{12})\,. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Hier bringen wir zuerst wieder die Reihe a in den Klammerfaktor, was Reduktion auf

$$J'_2 = (\alpha pma^2)\,(mS'_{23})\,(\alpha S'_{13})\,(pS'_{12})$$

gibt. Jetzt bringen wir die zweite Reihe α in den Klammerfaktor, wodurch J'_2 auf die Invarianten (5) reduziert wird. Hierdurch ist bewiesen, dass vier Geraden im R_4 keine anderen projektiven Invarianten haben als die der Gestalt (5) oder

$$A_{1,24,23} = (aS'_{24})\,(aS'_{23}) = (a\alpha^2\,m^2)\,(a\beta^2\,p^2) \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Es gibt im Ganzen zwölf dieser Invarianten, die sich vermöge der Umformung (5) durch vier unabhängige ausdrücken lassen, z. B. durch [1]):

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= (mS'_{13})\,(mS'_{12}) \\ A_2 &= (\mathrm{a}S'_{23})\,(\mathrm{a}S'_{24}) \\ A_3 &= (\alpha S'_{13})\,(\alpha S'_{34}) \\ A_4 &= (pS'_{14})\,(pS'_{24}) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Die sechs Räume S'_{ik} sind voneinander linear-abhängig. Wir haben die Identität

$$\Sigma\,(S'_{13}\,S'_{14}\,S'_{34}\,S'_{42}\,S'_{23})\,(xS'_{12}) = \Sigma\,\Omega_{12}\,(xS'_{12}) = 0, \quad . \; . \; . \quad (9)$$

wobei die Ω_{ik} die fünfreihigen Minoren der Matrix

$$\|\,S'_{12}\,S'_{13}\,S'_{14}\,S'_{34}\,S'_{42}\,S'_{23}\,\|$$

darstellen. Für diese Invarianten erhält man

$$\left.\begin{aligned} \Omega_{12} &= -4\,A_3\,A_4 & \Omega_{34} &= -4\,A_1\,A_2 \\ \Omega_{13} &= -4\,A_2\,A_4 & \Omega_{42} &= -4\,A_1\,A_3 \\ \Omega_{14} &= -4\,A_2\,A_3 & \Omega_{23} &= -4\,A_1\,A_4 \end{aligned}\right\} . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Man beweist dann leicht, dass die zu den vier Geraden a, α, p und m *assoziierte Gerade* dargestellt wird durch die Gleichung

$$G_5 = \frac{G_1}{A_1} + \frac{G_2}{A_2} + \frac{G_3}{A_3} + \frac{G_4}{A_4} = 0, \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

wo z. B. G_1 durch $\Sigma\, \mathrm{a}_{ik}\,\pi'_{ik} = 0$ gegeben ist.

§ 3. *Die Rationalbasis.*

Man kann leicht beweisen, dass bei einer beliebigen Anzahl von Geraden $\mathrm{a}, \alpha, p, \ldots$ in allgemeiner Lage die Invarianten der Gestalt (4)

$$A_{1,23,45} = (\mathrm{a}S'_{23})\,(\mathrm{a}S'_{45}) = (\mathrm{a}\alpha^2\,p^2)\,(\mathrm{a}m^2\,\varphi^2) \quad . \; . \; . \; . \quad (12)$$

eine *Rationalbasis* bilden.

---

[1]) Vgl. hierzu meine Arbeit in den Wiener Ber. 119 (1910), S. 43—54, wo ich die dualen Invarianten von vier Ebenen bestimmt habe; diese Invarianten finden sich bereits in Grassmannscher Darstellungsweise bei E. MÜLLER, Wiener Ber. 118 (1909), S. 1047—1076, allerdings ohne den Beweis ihrer Vollständigkeit.

In der genannten Arbeit von mir ist $\alpha = -A_2$, $\beta = -A_3$, $\gamma = -A_4$, $\delta = +A_1$ und in der genannten Arbeit von E. MÜLLER ist $\mathfrak{a}_1 = A$, $\mathfrak{a}_2 = -A_2$, $\mathfrak{a}_3 = A_3$ und $\mathfrak{a}_4 = -A_4$.

Zum Beweise dieser Tatsache beschauen wir die Gerade a als Schnittgebiet der drei Räume S'_{12}, S'_{13} und S'_{14}. Ihre Gleichung wird dann

$$K = (\pi'^2\,S'_{12}S'_{13}S'_{14}) = 2\,(\pi S'_{12})\,(\pi S'_{13})\,(\pi S'_{14}) = 2\,(\pi \mathrm{a}^2\alpha^2)\,(\pi b^2 p^2)\,(\pi c^2 m^2) = 0. \quad (13)$$

Bringen wir hier alle drei Reihen π in den ersten Klammerfaktor, so entsteht

$$K = \tfrac{1}{6}\,(\pi^3\,\mathrm{a}^2)\,.\,(\alpha\,S'_{13})\,(\alpha\,S'_{14}),$$

d. h. es gilt identisch in allen π_{ijk}

$$(\pi\,S'_{12})\,(\pi\,S'_{13})\,(\pi\,S'_{14}) = \tfrac{1}{6}\,(\pi\,\mathrm{a}')^3\,.\,(\alpha\,S'_{13})\,(\alpha\,S'_{14}),$$

oder, ohne die π_{ijk}:

$$\mathrm{a}'_{ijk}\,.\,A_{2,13,14} = (S'_{12}\,S'_{13}\,S'_{14})_{ijk}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Man kann daher in einer Komitante mit $\mathrm{a}_{rs} = \mathrm{a}'_{ijk}$ diese Grössen nach Multiplikation mit $A_{2,13,14}$ durch Determinanten mit drei Reihen S'_{ik} ersetzen. Bei Invarianten führt dies schliesslich auf rationale Ausdrücke in den Typen (12); denn aus Reihen S'_{ik} allein sind nur Klammerfaktoren der Gestalt (10) als Invarianten möglich. Diese letzteren zerfallen aber nach der Gleichung

$$(S'_{12}\,S'_{ik}\,S'_{hj}\,S'_{rs}\,S'_{uv}) = \Sigma\,(\mathrm{a}^2\,\alpha^2)_{i_1\ldots i_4}\,(S'_{ik}\,S'_{hj}\,S'_{rs}\,S'_{uv})_{i_1\ldots i_4} =$$

$$= \begin{vmatrix} (\mathrm{a}S'_{ik}) & (\mathrm{a}S'_{hj}) & (\mathrm{a}S'_{rs}) & (\mathrm{a}S'_{uv}) \\ (\mathrm{a}S'_{ik}) & (\mathrm{a}S'_{hj}) & (\mathrm{a}S'_{rs}) & (\mathrm{a}S'_{uv}) \\ (\alpha S'_{ik}) & (\alpha S'_{hj}) & (\alpha S'_{rs}) & (\alpha S'_{uv}) \\ (\alpha S'_{ik}) & (\alpha S'_{hj}) & (\alpha S'_{rs}) & (\alpha S'_{uv}) \end{vmatrix} = 4\,\Sigma\,A_{1,ik,hj}\,.\,A_{2,rs,uv}.$$

§ 4. *Fünf Geraden.*

Auch hier halten wir fest an der Einführung der Reihen S'_{ik} vermöge Gleichung (2) und beschauen eine Invariante J als reduzibel, wenn sie sich ganz-rational auf die Typen (12) zurückführen lässt. Es ergeben sich dann analog wie bei vier Geraden die Ansätze:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= (\mathrm{a}\alpha\,pm^2)\,(\mathrm{a}xy\,\pi^2) \\ J_2 &= (\mathrm{a}\alpha\,pm^2)\,(\mathrm{a}S'_{ik})\,(\alpha S'_{rs})\,(pS'_{hj}) \end{aligned}\right\} . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Bei J_1 haben wir vorerst wieder die Möglichkeiten $\pi^2 = \beta^2$ oder $= q^2$. Sei $\pi^2 = \beta^2$, also

$$J_1 = (\mathrm{a}xy\,\beta^2)\,(\mathrm{a}\alpha\,pm^2)\ldots.$$

Vereinigen wir hier die beiden Reihen a im ersten Klammerfaktor, so entsteht eine Reihe S'_{12} ausser im Terme $(\mathrm{a}^2\,xy\beta)\,(\beta\alpha\,pm^2)$; hier führt aber der zweite Klammerfaktor nach Bemerkung (d) zur Reduktion.

Somit bleibt bei J_1, da nach Bemerkung (e) $\pi^2 \neq n^2$ sein muss, nur der Ansatz $\pi^2 = \varphi^2$, also

$$J_1 = (a\alpha pm^2)(axy\,\varphi^2) = -(axy\,\varphi^2)(a\alpha pm^2).\quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Hier gilt $x, y \neq \psi$ (Bemerkung (b)) und $x, y \neq b$ (Bemerkung (d)), also $x, y = \alpha, \beta, p$ oder q. Dies gibt die Möglichkeiten

$$\left.\begin{aligned} J_1' &= (a\alpha pm^2)(a\alpha p\varphi^2) = A_{123,45} \\ J_1'' &= (a\alpha pm^2)(a\alpha q\varphi^2) \\ J_1''' &= (a\alpha pm^2)(a\beta q\varphi^2). \end{aligned}\right\}\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Hier ist J_1' bereits eine Invariante, linear in allen fünf Geraden. Die beiden anderen kann man auf dieselbe Weise behandeln, was wir z. B. bei J_1'' ausführen. Wir haben

$$J_1'' = (a\alpha pm^2)(a\alpha q\varphi^2)(pu')(qv')\ldots,\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

wobei an Stelle der Linearfaktoren (pu'), (qv') auch Klammerfaktoren $(p\,.\,.\,\sigma^2)$, $(q\,.\,.\,\tau^2)$ stehen können.

Wir bringen in (18) die zweite Reihe p in den ersten Klammerfaktor und die zweite Reihe q in den zweiten Klammerfaktor. Dies führt neben neuen Reihen S' auf den Term

$$(p^2 a\alpha m)(q^2 a\alpha\varphi),$$

der nach Bemerkung (e) reduzibel ist. Damit ist der Ansatz (17) erledigt.

Bei J_2 von (15) haben wir bereits eine Invariante. Wir beweisen, dass sie reduzibel ist. Zuerst kann keiner der Indizes bei den S' eine 4 sein. Denn in

$$(a\alpha pm^2)(aS_{i4}')$$

gäbe z. B. die Zusammenziehung der Reihen a im Klammerfaktor eine neue Reihe S_{14}'. Somit bleiben die Möglichkeiten $i, k = 2, 3, 5$, dann $r, s = 1, 3, 5$ und $h, j = 1, 2, 5$. Wäre z. B. $ik = 25$, so würden wir in J_2 vorerst die Reihen α im Klammerfaktor vereinigen, was auf

$$(\alpha^2 a\,pm)(aS_{25}')(mS_{rs}')(pS_{hj}')$$

führt. Bringen wir hier die zweite Reihe a in den Klammerfaktor, so entsteht Reduktion.

Bei fünf Geraden gibt es also ausser den Invarianten der Gestalt (12) nur noch den Typus J_1' von (17):

$$A_{123,45} = (a\alpha pm^2)(a\alpha p\varphi^2)\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Wir werden im folgenden § zeigen, dass auch er reduzibel ist.

§ 5. *Die unabhängigen Invarianten A.*

Was zunächst die Invarianten (12) oder

$$A_{1,23,45} = (aS_{23}')(aS_{45}') = (a\alpha^2 p^2)(am^2\varphi^2)$$

betrifft, haben wir Symmetrie in 23, in 45 und schiefe Symmetrie in den Paaren 23, 45. Ferners nach (4) zyklische Symmetrie in den Indizes 123 und ebenso bezüglich 145.

Mit Hilfe dieser zyklischen Symmetrie kann man zunächst jede Invariante $A_{i,jk,rs}$ mit $i = 4, 5$ auf solche mit $i = 1, 2, 3$ zurückführen. Von den 15 möglichen Invarianten $A_{i,jk,rs}$ bleiben dann die folgenden neun übrig:

$$\left.\begin{array}{lll} J_1 = A_{1,23,45} & J_4 = A_{2,13,45} & J_7 = A_{3,13,45} \\ J_2 = A_{1,24,35} & J_5 = A_{2,14,35} & J_8 = A_{3,14,25} \\ J_3 = A_{1,25,34} & J_6 = A_{2,15,34} & J_9 = A_{3,15,24} \end{array}\right\}\quad . \quad . \quad (19)$$

Aus allen zyklischen Symmetrien ergeben sich dann noch drei unabhängige Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} J_1 + J_4 + J_7 &= 0 \\ J_1 + J_5 + J_6 + J_8 + J_9 &= 0 \\ J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6 &= 0 \end{aligned}\right\},\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

sodass man also von den 9 Invarianten (19) noch drei weglassen kann und sechs linear-unabhängige behält, z.B. J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 und J_8. Dass diese tatsächlich linear-unabhängig sind beweist man durch den Ansatz mit konstanten λ_i

$$\lambda_1 J_1 + \lambda_2 J_2 + \ldots + \lambda_8 J_8 = 0;$$

lässt man hier je zwei der fünf Geraden zusammenfallen, so ergeben sich für die λ_i lineare Gleichungen, aus denen $\lambda_i = 0$ folgt.

Bei den Invarianten $A_{123,45}$ von (18) haben wir Symmetrie in 123 und schiefe Symmetrie in 45. Bringen wir ferner die beiden Reihen a in den ersten Klammerfaktor, so entsteht

$$A_{123,45} = -A_{423,15} + \tfrac{1}{2} A_{3,14,25} + \tfrac{1}{2} A_{2,14,35}\quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Hieraus entnehmen wir, dass jede Invariante $A_{ijk,rs}$ auf $A_{123,45}$ und die $A_{i,jk,rs}$ reduzierbar ist. Dass aber $A_{123,45}$ selbst auf die $A_{i,jk,rs}$ reduziert werden kann, lässt sich wie folgt zeigen. Bringen wir in

$$A = (m^2 a\alpha p)(\varphi^2 a\alpha p)$$

durch zweimalige Umformung die beiden Reihen φ in den ersten Klammerfaktor, so entsteht wegen

$$(\varphi^2 aap)(m^2 aap) = -(m^2 aap)(\varphi^2 aap) = -A$$

die Gleichung

$$4A = A_{1,24,35} + A_{1,34,25} + A_{2,14,35} + A_{2,34,15} + A_{3,14,25} + A_{3,24,15}\,, \quad . \quad (22)$$

oder, mit der Bezeichnung (19):

$$4A_{123,45} = J_2 - J_3 + J_5 - J_6 + J_8 - J_9. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22a)$$

Wir haben also auch bei fünf Geraden im R_4 keine anderen Invarianten als die vom Typus $A_{i,jk,rs}$.

Physics. — *The isotopic constitution of nickel and chromium.* By Miss W. A. LUB. (Communicated by Prof. P. ZEEMAN).

(Communicated at the meeting of February 25, 1939.)

Nickel.

In order to try to clear up the discrepancy of the results of the experiments about the isotopic constitution of nickel, which has remained between the mass analysis of ASTON [1]), the parabola analysis by DE GIER and ZEEMAN [2]) and the results of the experiments of DEMPSTER [3]), we have reexamined the experiments about nickel with the mass spectrograph of our laboratory.

ASTON found an excellent agreement of the parabola analysis of Ni by DE GIER and ZEEMAN with his own experiments, except for Ni 61.

DEMPSTER observed with nickel of exceptional purity made by fractionating nickel carbonyl, as supplied by Hilger, the masses at 58, 60, 61, 62 and 64, as isotopes of nickel and indicated the lines at 61 and 64 being of approximately equal intensity in all the photographs.

After these publications we have examined once more the photographs taken by ZEEMAN and DE GIER, but neither the photographs, nor the photograms we took from some plates indicated a trace of mass 61, though the dispersion of our mass spectrograph was sufficient to detect an isotope of mass 61 with equal abundance of isotope 64.

Our first photographs showed just the same aspects as those taken by DE GIER and ZEEMAN: though the parabola of mass 64 was always present, no trace of 61 could be found. After augmenting the intensity of the bundle, without broadening the canal, we got on our plate an indication of a parabola between those of masses 60 and 62.

As the intensity of this new parabola seems to be very small, it was rather difficult to obtain good photographs for measurements. With narrow slits the intensities obtained during a suitable time of exposure were too small to get other parabolas than those already known, while by experimenting with wide slits, the possibility that 61 will be overshadowed by 60 is rather great.

By choosing the opening of the canal suitable for this problem, we could make our lines sharper, and then we obtained eight photographs on which the new parabola was clearly visible. Among these eight photographs there

---

1) F. W. ASTON, Proc. Roy. Soc. A., **149**, 401 (1935); Nature, **137**, 613 (1936).
2) J. DE GIER and P. ZEEMAN, Proc. Kon. Akad. v. Wetensch., Amsterdam, **38**, 810 (1935).
3) A. J. DEMPSTER, Phys. Rev., **50**, 98 (1936).