

Physics. — *La pression du toit sur le charbon près du front dans les exploitations par tailles chassantes.* Par F. K. TH. VAN ITERSON. (II).

DEUXIÈME CHAPITRE.

Répartition des pressions après écrasement du charbon.

(Communicated at the meeting of January 27, 1940.)

§ 4. *La pression du toit sur les piliers de charbon. Il sera tenu compte des propriétés différentes de charbon et schiste, les deux considérés comme matières élastiques.*

Dans le paragraphe précédent nous avons considéré le rocher, dans le sein duquel des galeries sont creusées, comme un milieu isotrope, homogène et élastique. Nous le supposons chargé en dessous de la limite d'écoulement et acceptons que la loi de HOOKE est applicable.

Mais les propriétés élastiques du charbon et du schiste sont tellement différentes que la répartition des pressions autour d'une galerie creusée dans la veine de charbon sur toute son épaisseur, ne peut pas être traitée comme nous le faisons pour les galeries en terrain homogène. Pas plus les pressions dans le toit et le mur de schiste au-dessus et au-dessous d'un pilier de charbon, ne se répartissent de la même manière qu'autour des piliers laissés en terrains homogènes.

Pour prouver cette thèse, il faut maintenant indiquer en quoi ces matières se distinguent. Plus tard nous parlons de la nature cassante du schiste partout dans la mine où il est mis à nu et de sa plasticité quand il est caché à notre vue et soumis dans tous les sens à une pression élevée mais inégale selon les axes principaux. Nous ferons mention de la fragilité du charbon, qui après rupture se comporte comme une matière incohérente, mais ici nous donnons des résultats d'essais sur la résistance à la pression, le coefficient d'élasticité et de contraction latérale des deux matières en question.

LÉON MORIN, Quelques effets de pression de terrains. Bulletin de la Soc. de l'industrie Minérale 1912, p. 29.

L'écrasement du charbon se produit à 40 kg par cm²
 des schistes tendres à 80 " " "
 " " " moyens à 170 " " "
 " " " durs à 220 " " "

HEISE-HERBST, Bergbaukunde 1932.

Résistance à la compression:
 charbon 35—290 kg par cm²
 schiste 250—850 " " "
 grès 290—1840 " " "

MÜLLER, Glückauf 1930:

schiste = 560 ⊥ 815 kg par cm²

grès = 770 ⊥ 800 " " "

PHILIPS, Annales des Mines de Belgique. Les roches houillères 1938, p. 564.

⊥ normal à la couche = parallèle à la couche.

charbon dur anglais 208—243 kg par cm²

schiste ⊥ 400—800 " " "

" = 260—420 " " "

grès ⊥ 700—1400 " " "

" = 450—1300 " " "

Ne ferait-on pas mieux de renoncer à l'élaboration d'une théorie apte à réconcilier la mécanique appliquée avec l'art de l'exploitation de mines quand on voit une telle divergence dans les propriétés des matériaux? Les difficultés s'entassent quand on se rend compte que la stratification peut être irrégulière, les couches varient d'argile plastique à cuerelles dures. Le plissement des couches a changé le pendage, provoqué des dérangements, des failles, ouvert des clivages dans le charbon, transformé le rocher en diaclases et en sus de toutes ces irrégularités géologiques il y a les ruptures, le foisonnement, les dislocations occasionées par les travaux en tailles dont l'influence se fait souvent sentir jusqu'à cinquante mètres des havées et davantage.

Pour démontrer la complexité du problème nous donnons quelques chiffres suggérant une connexion entre les dimensions des cubes d'essais et la résistance à la compression du charbon.

Résistance à la compression

Auteur	Espèce de charbon	Dimensions des cubes d'essai en cm	Résistance en kg par cm ²
Rice-Ensiau	Anthracite de	6.4—25.4	175 (6 fois)
Bull. Bur. of Mines 1929, p. 303	Pennsylvanie	25.4—30.5	141 (3 fois)
		~ 75	57.4 (1 fois)
		~ 140	21.6 (1 fois)
Lawall-Holland Trans. A. I. M. E. 1932	Virginia	7.6	100—300
MÜLLER en Glück- auf 1930	Haute Silésie	4.5	210
		4.5	165
Bureau of Mines selon MÜLLER en Glückauf 1930	Charbon dur		125—400
	Charbon tendre		30—150

Tous ces essais sont exécutés sur des cubes entre surfaces frottantes, et par conséquent sont erronés. FÖPPL¹⁾ et mieux encore ROŠ et

¹⁾ FÖPPL, Technische Mechanik, III, p. 71.

EICHINGER¹⁾ ont démontré qu'il faut diminuer ces chiffres au moins d'un tiers pour avoir la résistance à l'écrasement de la couche.

Chaque mineur connaît au charbon en site deux espèces de plans de clivage, les plus manifestes qui s'entrecroisent régulièrement sont dus à la poussée géologique et traversent la veine sous une inclinaison déterminée et les plans de clivage parallèles au front de taille qui sont dus à l'exploitation de la couche. On reconnaît que les premiers sont d'origine tectonique parcequ'on les trouve quelquefois remplis de calcite ou autres minéraux, et les derniers se produisent sous nos yeux avec un crépitement bien connu. Il nous paraît probable que la divergence entre les résultats d'essai comme la dépendance de la résistance à la compression des dimensions du bloc, sont causées par la fissuration des morceaux de charbon.

Quand on ajoute à ces variations de la substance du terrain, les disparités de la pression dues aux poussées tectoniques et plus encore aux affaissements provoqués par l'abatage, on désespère pouvoir exprimer en formules la distribution de la pression autour de la taille. Mais les régularités avec lesquelles les effets de pression se manifestent dans les exploitations nous incitent à continuer l'étude.

Que sait-on des modules d'élasticité E et de la contraction latérale m ? On trouve des chiffres chez LOWENS, Glückauf 1933, p. 34—38, MÜLLER, Glückauf 1930, p. 1601, Lawall-Holland Trans. A.I.M.M.E. 1932 et surtout chez PHILIPS, Annales des Mines de Belgique 1938, p. 564. Les résultats des essais sont variables mais pas tellement comme la résistance à la compression. Nous donnons ici quelques chiffres qu'on peut accepter comme moyennes.

Pour le grès et le schiste E et m sont des fonctions de la pression. On peut accepter

$$E = 600.000 \text{ kg/cm}^2 \text{ aux faibles pressions}$$

$$E = 100.000 \text{ kg/cm}^2 \text{ aux pressions d'écrasement}$$

$$m \text{ diminuant en même temps de } 16 \text{ à } 3,4.$$

Aussi à quelque distance des exploitations où le rocher est soumis à une pression dans tous les sens $m \approx 3,5$.

En contraste avec le rocher pour le charbon dans la couche ces modules sont des constantes, on peut accepter

$$E = 50.000 \text{ kg/cm}^2 \quad m = 2.$$

Seulement pour les charges très faibles on trouve pour m un peu plus au laboratoire, mais en chargeant davantage m tombe rapidement à 2 et reste constant.

La constatation que $m = 2$, ce qui veut dire que le charbon ne varie que fort peu en volume quand on le comprime, qu'il se comporte comme le caoutchouc dans ce respect, tandis que le rocher au contraire ne se dilate

¹⁾ ROŠ et EICHINGER, Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr. Diskussionsbericht No. 28. Nichtmetallische Stoffe. Zürich 1928, p. 14.

presque pas latéralement quand il est comprimé, mène à des conséquences surprenantes pour l'abatage¹⁾.

Auteur	Matière	Module d'Elasticité E en kg par cm^2	Module de Poisson m
LOWENS, Glückauf 1933, p. 34—38	Grès	\perp 450000 = 400000	3,4
	Schiste sableux	\perp 275000 = 329000	
	Schiste argileux	\perp 547000 = 637000	
MÜLLER, Glückauf 1930, p. 1601	Grès	\perp 380000 = 510000	
	Schiste	600000	
	Schiste argileux	744000	
GREENWALD, Journ. appl. Physics 1937	Grès de Pittsburgh	\sim 200000	
	Schiste de idem	\sim 200000	
PHILIPS Ann. Mines de Belgique 1938	Grès	100000 — 600000	$\left\{ \begin{array}{l} 16 \text{ à } 70 \text{ kg/cm}^2 \\ 7,64 \text{ à } 430 \text{ „} \end{array} \right.$
	Schiste	133000 — 400000	
Lawall-Holland Trans. A.I.M.M.E. 1932	Charbon	50000 — 58000	$\left\{ \begin{array}{l} 2,23 \text{ à } 70 \text{ „} \\ 2,03 \text{ à } 430 \text{ „} \end{array} \right.$
	Charbon de Virginia	\perp 26000 — 43000 = 12000 — 50000	
MÜLLER, Glückauf 1930 ²⁾	Charbon de Silésie	24000 — 55000	

\perp veut dire perpendiculaire à la couche.

= veut dire pression parallèle à la couche.

Référons-nous à la figure 1. Là nous avons supposé le charbon comme indéformable, nous y reviendrons, mais pour le moment nous constatons

¹⁾ D. W. PHILIPS and A. HACK, The physical properties of coal measure rocks. Seventeenth Annual Report of the Safety in Mines Research Board 1939, p. 66.

²⁾ Pour le module d'élasticité de la roche houillère on trouve encore quelques chiffres dans:

O. FLEISCHER, Bergmännische Betrachtungen und Versuche über Gebirgsbewegungen im oberschlesischen Steinkohlenbergbau zur Klärung von Gebirgsdruckfragen. Diss. T. H. Breslau 1933.

O. MÜLLER, Untersuchungen an Karbongesteinen zur Klärung von Gebirgsdruckfragen. Diss. T. H. Breslau 1930. MÜLLER donne ici comme moyen E pour le charbon 25000 kg par cm^2 .

K. STÖCKE, H. HERZMANN und H. UDLUFT, Gebirgsdruck und Plattenstatistik, Elastizitätsversuche an karbonischen Gesteinen Oberschlesiens, Z. Berg-, Hütt.- u. Sal. Wes. 82, 307—354 (1934). E pour le schiste en moyen 450.000 kg par cm^2 . E pour le grès en moyen 200.000 kg par cm^2 .

que les bases de notre calcul viennent à nous manquer. Nous avons seulement calculé avec l'élasticité du rocher, qui est minime. Pour la couche de charbon au contraire la détente est grande en vertu du petit module d'élasticité et provoque une grande expansion vers le vide et en même temps la veine se contracte beaucoup en épaisseur. Le déplacement du front fait glisser le charbon par les surfaces du rocher et le détache. Mais que signifie $m = 2$?

Mettez un cube ou un cylindre de charbon dans un moule indéformable qui l'englobe parfaitement et mettez la pression p sur la surface libre, alors cette pression règne dans tous les sens dans le charbon et contre les parois du moule. Otez la pression et les parois sont dégagées. On est tenté à croire qu'il en est de même dans la mine. Quand on met à nu la surface du charbon on dégage toit et mur de la pression sur une certaine étendue.

Comme le disait Lord KELVIN: „On ne connaît un phénomène que quand il est possible de l'exprimer en formule". Nous tâcherons de traiter le problème selon les lois de l'élasticité. Pour ne pas trop compliquer cette tentative nous négligeons le frottement du charbon le long du toit et du mur. L'observation de tous les jours nous apprend que ces surfaces se présentent comme très lisses en général, le charbon y glisse sur une dizaine de cm, souvent les surfaces ont l'air d'être graissées. Parfois même une couche mince limoneuse lubrifie ces surfaces. Nous avons déjà parlé des plans de clivage parallèles à la direction de la pression dus à l'abatage et pour simplifier la représentation mentale nous considérons la couche de charbon comme étant fendue en d'innombrables colonnes juxtaposées. Toujours nous traitons le problème à deux dimensions y et z .

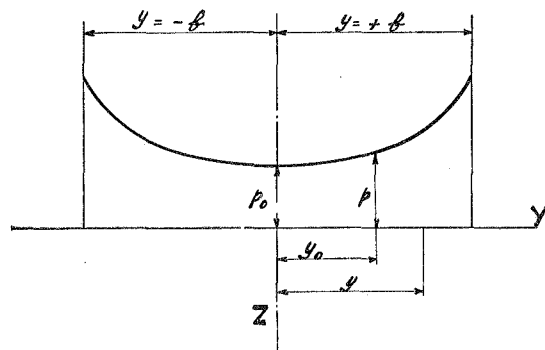


Fig. 11. Notations pour calculer l'augmentation de la pression vers les bords sur un pilier, sur une bande de charbon inexploitée.

Par raisonnement nous croyons que la pression sur le pilier de charbon, laissé entre deux vides (fig. 11), augmente vers les bords. Le cas extrême étant celui de la bande indéformable, ou bien la bande extrêmement mince ou très large, traité dans le chapitre I (p. 99, 1938, figure 10) où les pressions tendent vers l'infini quand on se rapproche des bords.

Il paraît impossible de trouver la solution exacte pour la répartition de

la pression sur une bande élastique comprimée entre deux hémisphères de matière à autre module d'élasticité; mais on peut chercher une solution serrant entre limites la répartition réelle et alors approcher ces limites.

Nous essayons dans ce but p en fonction de y

$$p = p_0 + k \frac{y^2}{b^2} + l \frac{y^4}{b^4} + m \frac{y^6}{b^6} + \dots$$

Calculons la déformation de la surface de charbon et celle du mur et nous pourrions choisir p_0 , k , l , m , etc. de telle manière que les surfaces s'épousent en autant d'endroits qu'on a d'inconnus, le résultat sera que les deux courbes se confondent. Déjà avec trois inconnus p_0 la pression au milieu et deux coefficients k et l on obtient un résultat satisfaisant à notre but.

Dans l'annexe 1 nous donnons quelques détails du calcul pour trois cas: $b = a$, $b = 2a$ et $b = 4a$ c.-à-d. largeur du pilier de charbon une, deux et quatre fois sa hauteur et nous discutons à présent les résultats représentés dans les figures 12, 13 et 14.

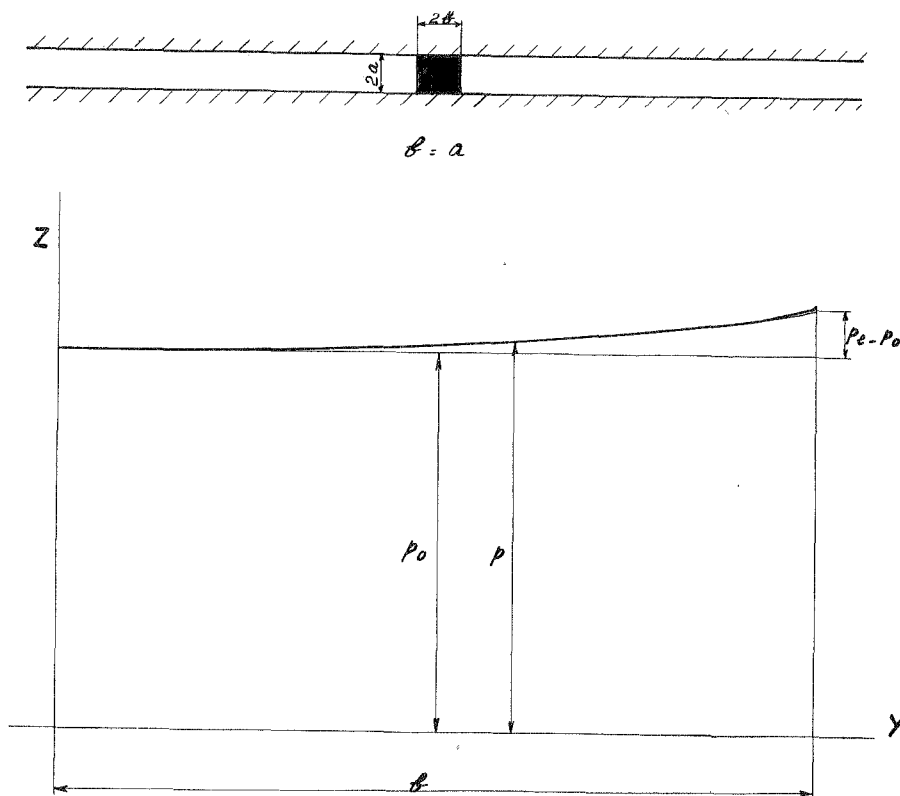
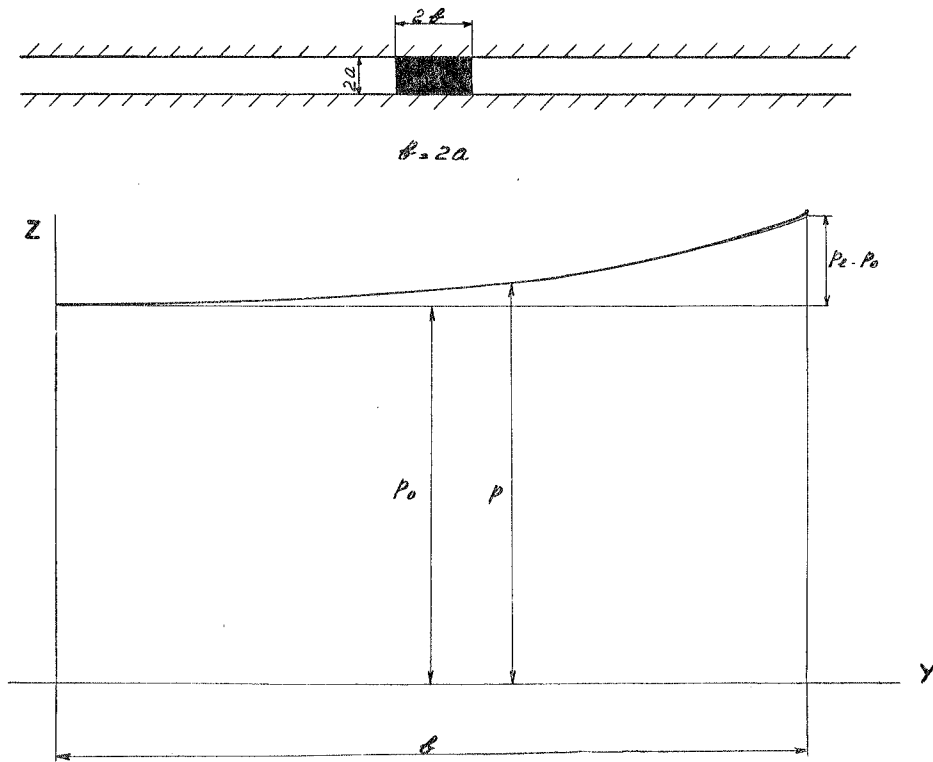
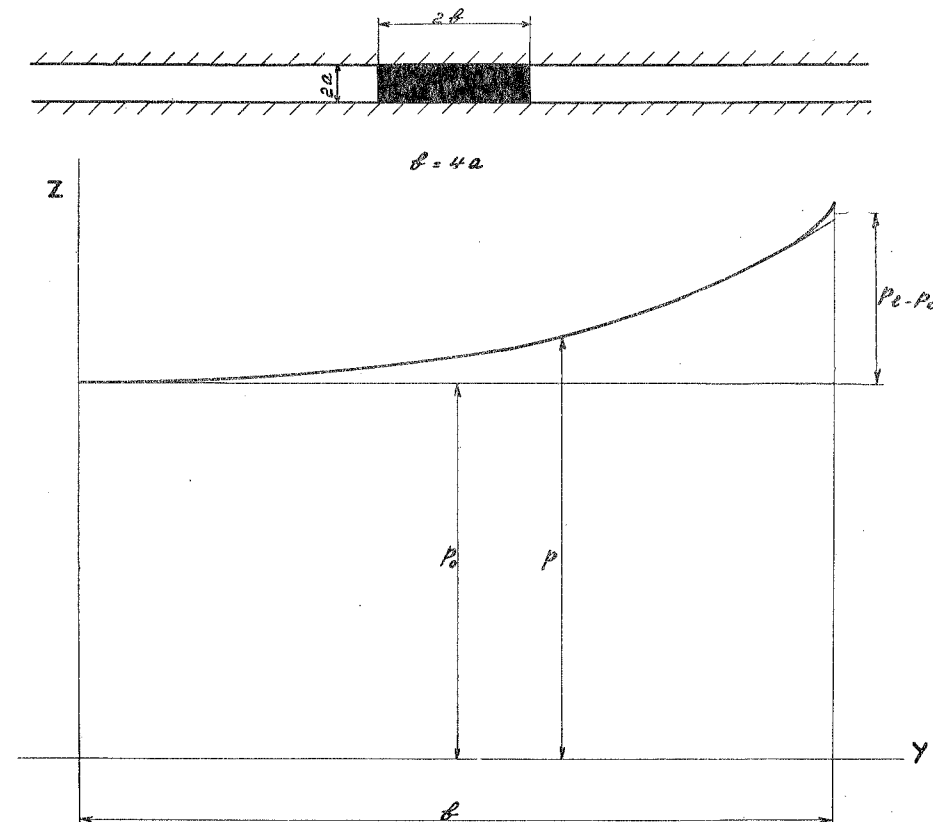


Fig. 12. Répartition de la pression du toit et du mur sur une bande de charbon de largeur $2b = 2a$. E rocher = 360.000 kg par cm^2 . E charbon = 60000 kg par cm^2 .

Fig. 13. Répartition pour une bande de charbon de largeur $2b = 4a$.Fig. 14. Répartition pour une bande de Charbon de largeur $2b = 8a$.

Dans chaque figure la courbe inférieure donne la déformation de la surface du charbon à échelle exagérée pour les coefficients k et l adoptés. Ces déformations, ces raccourcissements sont en même temps une mesure, représentent aussi la distribution de la pression. La courbe supérieure représente l'impression du mur (le sol) sous cette distribution de pression.

On remarque:

1. Au bord même la tangente de la courbe inférieure est peu inclinée et celle de la courbe supérieure prend une inclinaison de 90° . Notre solution ne donne donc pas la répartition mathématiquement exacte des pressions au ras du front de charbon. Mais l'influence locale des coins s'amortit à peu de distance.

2. La répartition exacte de p selon la largeur du pilier de charbon est située entre nos deux courbes, qu'on peut serrer en ajoutant plus de termes à la formule.

3. Pour les piliers relativement étroits que nous avons examinés, avec b une, deux ou quatre fois a , l'augmentation de la pression vers les bords reste limitée, mais elle s'accroît avec la largeur du pilier, ou ce qui revient à la même courbe pour la distribution de pression, l'augmentation vers les bords s'accroît avec amincissement de la couche, jusqu'à devenir infiniment grande pour les piliers très larges ou très minces, sauf au ras même du charbon où la solution ne vaut plus sur une étendue très restreinte.

4. Nous résumons nos calculs dans le tableau suivant.

Largeur $2b$ comparée à l'épaisseur $2a$ du pilier de charbon.	Formule approximative pour calculer l'augmentation de la pression vers les bords.	Augmentation de la pression et de la compression du pilier aux bords comparée à celles du milieu. Le rapport réel est entre ces deux chiffres $(p_1 - p_0) : p$
$b = a$	$0,06 p_0 \left(\frac{y^2}{b^2} + \frac{y^4}{b^4} \right)$	0,13 et 0,12
$b = 2a$	$0,115 p_0 \left(\frac{y^2}{b^2} + \frac{y^4}{b^4} \right)$	0,252 et 0,23
$b = 4a$	$0,22 p_0 \left(\frac{y^2}{b^2} + \frac{y^4}{b^4} \right)$	0,49 et 0,44
$b = \infty$	∞	∞

5. Le calcul démontre que les pressions augmentent vers le ras du front

de charbon, mais pour les piliers de largeur restreinte dans une mesure modérée. Il n'est pas dit qu'aux faibles profondeurs la résistance à la compression soit surpassée.

Aux États Unis, où le charbon est plus dur et moins fissuré que chez nous l'exploitation par chambres et piliers est très en vogue. Le charbon n'étant pas écrasé par le resserrement entre toit et mur doit être scié par des machines haveuses et détaché à coups de tir.

Notre calcul donne une idée de ce que serait la distribution de la pression si l'on compare le pilier de charbon avec un tampon de caoutchouc séparant toit et mur. Nous avons considéré les surfaces de glissement entre le charbon qui se dilate beaucoup et le toit et le mur qui n'expèdent pas latéralement, comme parfaitement lisses et la seule remarque qu'on doit faire est qu'ainsi nous avons négligé le frottement. Plus loin nous verrons qu'un peu de frottement change complètement la répartition de la pression, dans ce sens, que la charge au ras du front diminue et augmente vers l'intérieur du pilier.

§ 5. *La pression du toit sur la couche de charbon, cette matière considérée comme parfaitement plastique.*

Quand on exploite la veine de charbon, quand on met à nu le front et le soulage de la pression, le charbon se détend vers le vide. Le volume de charbon resserré entre toit et mur qui s'approchent, ne change pas. Le front se déplace. Nous verrons que le frottement qui s'oppose à l'avancement de la masse, excite une pression latérale, qui s'accroît vers l'intérieur jusqu'à ce que le charbon soumis à la compression dans tous les sens, et à raison de $m = 2$, de volume constant, résiste à la compression comme de la matière absolument dure.

Pour exprimer le problème posé en formules et en nombres nous l'abordons par la théorie de la plasticité. Nous considérons le charbon comme de la matière parfaitement plastique, se comportant de même que l'argile, le plomb, le fer chauffé au rouge, et comprimé entre des surfaces parallèles où les tensions se disposent en vertu des lois de l'élasticité. Les calculs sont donnés dans l'annexe 3. Ils nous permettent d'évaluer en chiffres les tensions dans tout le massif du toit et du mur.

Pour un cas spécial nous calculons la distribution des tensions principales selon l'axe des Y et l'axe des Z .

Profondeur au dessous de la surface $h = 800$ m.

Poids spécifique des terrains $\gamma = 2.5$.

Épaisseur de la veine de charbon $2a = 1$ m.

Largeur du vide créé dans le charbon $2b = 4$ m.

Tension maximum de cisaillement (condition de plasticité) $\tau_{\max.} = p_s = 10$ kg/cm².

Alors on obtient $c - b = 10$ m.

Le charbon se déforme, coule, plastiquement sur une distance de 10 m de chaque côté du creux (figure 15).

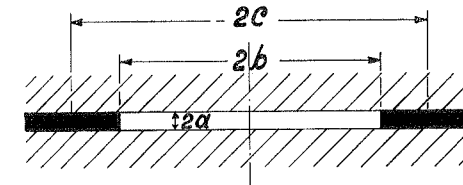


Fig. 15. La matière se comporte comme plastique de $2b$ jusqu'à $2c$ et en dehors de cette limite se comporte comme élastique. Nous pensons à la flexion légère du toit et du mur.

Les tensions (toutes des pressions) sont représentées à échelle dans la figure 16 pour tous les points le long de l'axe des Y et de l'axe des Z .

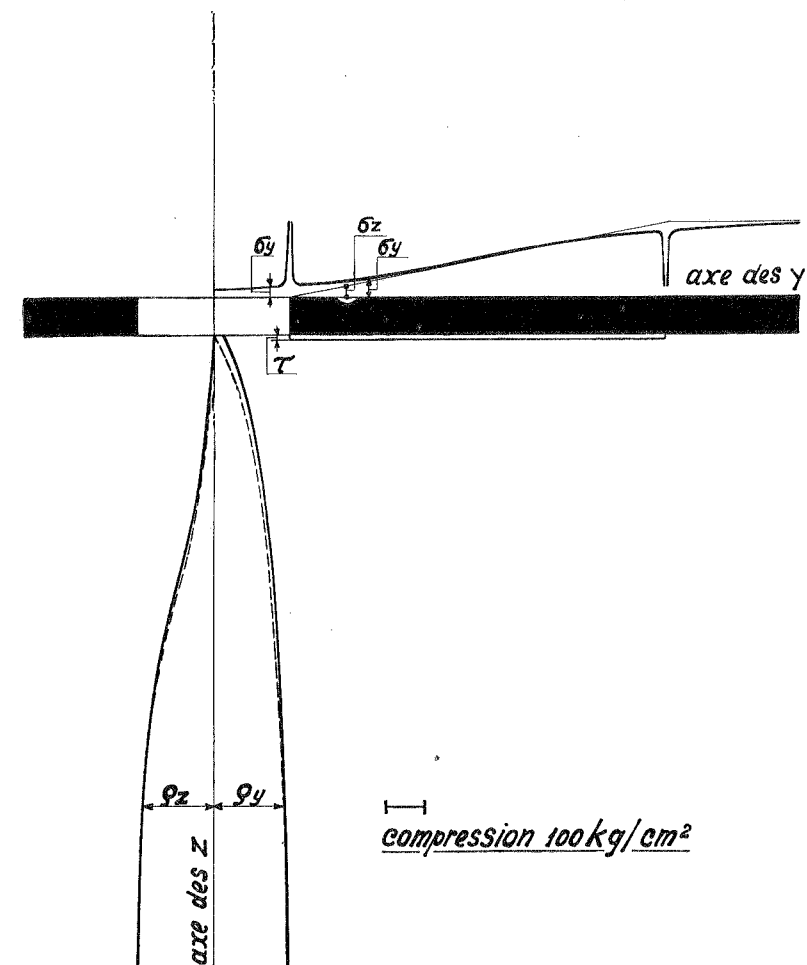


Fig. 16. Distribution des tensions normales σ_y et σ_z et de la tension de cisaillement τ le long de l'axe des Y et des tensions principales φ_y et φ_z le long de l'axe des Z pour de la matière plastique resserrée entre toit et mur de matière dure.

On remarque une inadmissibilité dans le cours des σ_z selon l'axe des Y .

Ces tensions ne peuvent devenir infiniment grandes pour $y=b$ et $y=c$. Cette absurdité est due à une acceptation qu'on a du faire pour pouvoir intégrer les équations des tensions. L'influence de cette acceptation est discutée dans l'annexe 3. En vérité l'anomalie de σ_y dans les points $y=b$ et $y=c$ n'existe pas. On peut raccorder les trois parties de la courbe par des arrondissements légers.

La base de tout le calcul est que la tension de cisaillement $\tau_{\max.} = p_s$ est constante (nous prenons $p_s = 10 \text{ kg/cm}^2$) sur toute l'étendue des surfaces de contact entre toit et mur. Nous supposons qu'il existe la plus grande résistance possible contre le glissement de la masse plastique, considérons ces surfaces entaillées comme celles d'une lime.

Il résulte de ce calcul, de la représentation des résultats en la figure 16 que quand le toit et le mur resserrent une masse plastique ils sont épargnés. Au bord du front les tensions sont presque nulles et les tensions (pressions) élevées ne se développent qu'à une certaine distance du vide, là où elles s'allient avec la pression dans tous les sens de manière à devenir inoffensives.

Si le toit et le mur étaient séparés par de la matière vraiment plastique, on n'aurait besoin d'aucun soutènement, du moins si le rocher n'est pas trop fissuré et disloqué par les poussées tectoniques.

§ 6. *La pression du toit et du mur sur la couche de charbon, cette matière considérée comme pulvérulente.*

Mais le charbon n'est pas une matière parfaitement plastique. Il est au contraire très fragile et près du front il est fissuré par les plans de clivage. Le charbon ne devient plastique qu'à des pressions de quelques milliers d'atmosphères. C'est seulement à ces pressions qu'on peut en fabriquer des briquettes sans agglutinant. A 3000 atmosphères même on n'obtient qu'une quasi cohérence, les briquettes ainsi obtenues se désagrègent quand on les met dans l'alcool.

A la pression rencontrée dans nos exploitations, au plus quelques centaines d'atmosphères, le charbon écrasé, même disloqué en gros morceaux se comporte comme de la matière incohérente. Mieux que d'appliquer les lois de la plasticité on fera appel à la théorie de la poussée des terres, on appliquera les lois de l'équilibre dans les massifs à frottement interne, ce que nous faisons dans l'annexe 4.

Si l'on remplace le monolithe de charbon par du menu charbon, par du sable, il est possible de calculer par des méthodes connues, la distribution des pressions dans le rocher et dans la masse pulvérulente, quand on comprime celle-ci, jusqu'à ce que le front s'avance. On trouve alors que la matière s'écoule d'elle-même si l'on n'exerce pas une certaine pression sur le front. Mais si on prend cette précaution, si l'on soutient le charbon par du boisage on trouve que le frottement le long du mur et du toit

fait accroître la pression vers l'intérieur selon une loi exponentielle. Pour l'exemple calculé dans l'annexe 4 cet accroissement est représenté dans la figure 17. Nous avons construit notre figure avec une pression p_0 minimale et avec un petit coefficient de frottement. En réalité, l'accroissement de la pression, quand on s'éloigne du front et entre dans la couche, est tellement impétueuse qu'un peu de pression contre le front, qu'un peu de cohérence dans la matière suffit à faire s'élever la pression du toit et du mur très rapidement à des valeurs extrêmes.

Ainsi le frottement est capable de réaliser la distribution des pressions dans le rocher, représenté dans la figure 1, sauf la pression infiniment grande au ras du front du charbon. Celle-ci sera beaucoup atténuée.

Mais quand la pression du toit et du mur atteignent des valeurs tellement élevées, quand grâce au frottement il se développe dans le toit et le mur enserrant la matière incohérente une distribution de pressions comparable

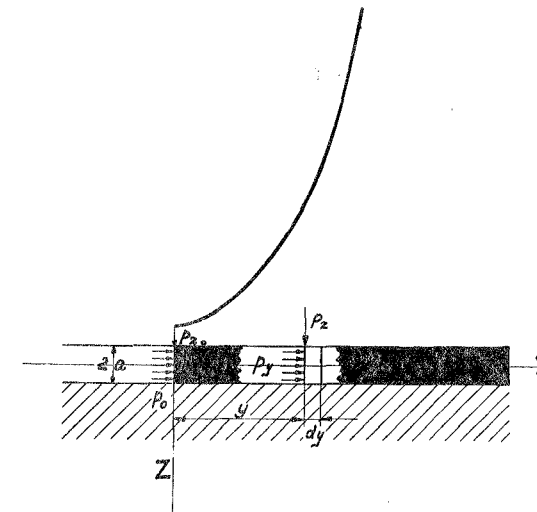


Fig. 17. Accroissement de la pression du toit et du mur sur de la matière incohérente selon une loi exponentielle et notations pour le calcul dans l'annexe 4.

à celle qui se produit sur une couche de matière parfaitement dure et indéformable, quand les pressions et surtout les tensions de cisaillement dans le toit et le mur surpassent de beaucoup la résistance à la rupture, il n'est plus permis de considérer le rocher comme incassable.

Nos calculs, basés sur les lois de l'élasticité, perdent alors leur validité.

Dans nos exploitations on observe des déplacements du front de charbon, fissuré, clivé, brisé en gros morceaux. Les géomètres des Mines de l'Etat ont fait maintes observations et relevés de ces déplacements, tant des avancements du front de charbon relatifs au toit et au mur que des translations absolues. Les déplacements relatifs, irréguliers sont de l'ordre d'une dizaine de cm pour une couche d'un mètre d'épaisseur. Dans la littérature on

trouve un grand nombre d'observations qui confirment nos constatations ¹⁾.

Mais le charbon en site n'est pas précisément de la matière incohérente. Aussi quand on l'abat, le front n'est pas muni d'un boisage. Le fait qu'il ne s'écoule pas de lui-même, qu'il faut l'abattre au marteau-pic pneumatique qu'on introduit dans les plans de clivage, démontre que nous n'avons pas encore la loi exacte qui commande les déplacements à l'intérieur de la couche de charbon exprimé vers le vide. En effet toute la masse n'est pas pulvérulente. Il y a de gros morceaux qui se réfractent. Pour les matières plastiques la résistance à la traction et à la compression sont égales, mais le charbon ne supporte que très peu de traction et la résistance à la compression est grande quand on ajoute de la pression dans tous les sens. Dans l'annexe 4 nous appliquons à la fin la loi, la condition de rupture pour cette espèce de matière et trouvons de nouveau la distribution, l'accroissement rapide de la pression, selon la formule exponentielle. Ce que nous avons dit de l'influence du frottement qui fait croître la pression près du front outre mesure, s'applique à plus forte raison pour le charbon encore cohérent, sauf que le front n'a même pas besoin de soutènement.

Par ce long chemin nous sommes arrivés à la conclusion qu'aux profondeurs où nous exploitons le charbon l'accroissement des pressions près du front est tel que le toit et le mur ne peuvent pas rester indemnes. Il s'y produit au moins des crevasses, mais si l'on examine le toit avec attention on trouve des dérangements de blocs qui certainement sont dus à l'abatage du charbon.

Jusqu'à présent nous avons toujours supposé que le rocher demeurait intact, mais de cette manière nous ne pouvions pas expliquer le comportement du chantier pendant l'exploitation. Nous espérons traiter dans un troisième chapitre la distribution des tensions dans le rocher et dans la veine autour de la taille quand on aura dépassé la résistance des deux matières à la rupture.

¹⁾ WEISSNER, Gebirgsbewegungen beim Abbau flachgelagerter Steinkohlenflösse, Glückauf 22 Okt. 1932, p. 945.

LÖFFLER, Zur Abbaudynamik bei streichendem Blindortbetrieb. Der Bergbau 9 Juni 1938.

Hydrodynamics. — *On the application of viscosity data to the determination of the shape of protein molecules in solution.* By J. M. BURGERS. (Mededeeling N^o. 38 uit het Laboratorium voor Aero- en Hydrodynamica der Technische Hoogeschool te Delft.)

(Communicated at the meeting of February 24, 1940.)

1. In Ch. III of the "Second Report on Viscosity and Plasticity" formulae have been given for the resistance of small particles of elongated form, and for their influence upon the effective viscosity of the liquid in which they are suspended; and the application has been discussed of these formulae to the results obtained with suspensions of polystyrenes by STAUDINGER and SIGNER ¹⁾. A discussion of their application to suspensions of methyl cellulose has been given by SIGNER and v. TAVEL ²⁾. POLSON has applied the formula for the influence of such particles upon the effective viscosity to the analysis of data obtained with suspensions of proteins ³⁾, and a report of this work recently has been given by PEDERSEN in Part I, Ch. B, of SVEDBERG and PEDERSEN's new book "The Ultracentrifuge" ⁴⁾.

The way in which the formulae for the viscosity and for the frictional coefficient have been applied by POLSON and the discrepancy which has been found between certain calculated and observed values, calls for some remarks which will be collected in the following pages. In connection with these remarks a few data also will be supplied for some cases not treated in the "Second Report", viz. for disk-shaped particles (oblate rotational ellipsoids), and for certain systems consisting of rigidly connected spheres.

¹⁾ J. M. BURGERS, Ch. III of the "Second Report on Viscosity and Plasticity", Verhand. Kon. Nederl. Akad. v. Wetenschappen (1e sectie) Vol. 16, No. 4 (Amsterdam 1938), pp. 122—126 (resistance formulae), 145—153 (influence upon the effective viscosity), 168—181 (application to polystyrenes).

²⁾ R. SIGNER und P. v. TAVEL, Die Form und Grösse von Methylcellulose-Molekeln in Lösung, Helv. Chim. Acta 21, 535 (1938). The subject also has been treated in the chapter contributed by R. SIGNER to TH. SVEDBERG and KAI O. PEDERSEN's book "The Ultracentrifuge" (Oxford 1940), pp. 431—442, whereas cellulose acetates and some other linear high polymers are considered by E. O. KRAEMER and J. B. NICHOLS, *ibid.* pp. 416—431. — See also footnote 20) below.

³⁾ A. POLSON, Ueber die Berechnung der Gestalt von Proteinmolekülen, Kolloid-Zeitschr. 88, 51 (1939). — See also: Nature 137, 740 (1936).

⁴⁾ TH. SVEDBERG and KAI O. PEDERSEN, The Ultracentrifuge (Oxford 1940), pp. 38—44. The results of the calculations also have been given by TH. SVEDBERG in the "Opening Address to a discussion on the protein molecule", Proc. Roy. Soc. (London) B 127, 9—10 (1939). — It may be mentioned that the problem of the determination of the shape of tobacco mosaic virus particles in solution has been discussed by J. R. ROBINSON, Nature 143, 923 (1939).