Mathematics. — *Sur l'itération d'une représentation conforme.* (Troisième communication). Par Prof. J. WOLFF. (Communicated by Prof. J. G. VAN DER CORPUT.)

(Communicated at the meeting of February 22, 1941.)

On fait la représentation conforme du demi-plan $D (x > 0)$ de la variable complexe $z = x + yi$ sur un domaine D_1 situé dans D et dont la frontière f est un arc de JORDAN intérieur à D et s'étendant à l'infini dans les deux directions $\arg z \to -\frac{\pi}{2}$ et $\arg z \to \frac{\pi}{2}$. Soit $z_1(z)$ la fonction représentatrice et supposons que:

1. $z_1(1) = 1$;
2. la dérivée angulaire λ de $z_1(z)$ à l'infini soit positive.

Dans la communication précédente [1]) nous avons montré que l'ensemble N commun à tous les domaines itérés D_n, $n = 1, 2, \ldots$, contient un domaine G d'ouverture π à l'infini et que dans G l'argument de z_{-n} tend pour $n \to \infty$ vers une fonction harmonique de z prenant toute valeur entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$.

Dans la présente communication nous répondrons à la question suivante: *dériver de $z_1(z)$ une fonction qui représente G conformément sur D.*

Remarquons en passant que la limite de $z_n(z)$ pour $n \to \infty$ ne résout pas la question, car cette limite est égale à UN pour tout point z de D.

Prenons dans l'intérieur de G un point a et considérons pour z dans G la suite

$$\psi_n(z) = \frac{z_{-n}}{|a_{-n}|} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

En vertu du résultat de la communication précédente cité ci-dessus:

$$\lim_{n \to \infty} \psi_n(z) = \psi(z), \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

où $\psi(z)$ est holomorphe dans G. De plus $\psi_n(z)$ est univalente dans G, $n = 1, 2, \ldots$. En outre $\psi(z)$ n'est pas une constante; en particulier:

$$\psi(z_1) = \lim_{n \to \infty} \frac{z_{-(n-1)}}{|a_{-n}|} = \lim_{n \to \infty} \frac{z_{-n}}{|a_{-n}|} \cdot \frac{z_{-n+1}}{z_{-n}} = \lambda \psi(z),$$

[1]) Proc. Ned. Akad. v. Wetensch., Amsterdam, January 25, 1941.

par conséquent la fonction $\psi(z)$ satisfait *à* l'équation SCHRÖDERienne

$$\psi(z_1) = \lambda \psi(z) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Donc $\psi(z)$ est univalente dans G. Or l'ensemble des valeurs prises dans G par $\psi_n(z)$ s'obtient, en vertu de (1), en appliquant à G une multiplication de centre $z = 0$ dont le facteur positif tend vers zéro pour $n \to \infty$. L'ouverture de G à l'infini étant égale à π, l'ensemble des valeurs de $\psi(z)$ est la totalité du demi-plan D $(x > 0)$. Remarquons encore que $\psi(1) = 0$ et $\psi(\infty) = \infty$. Donc:

Quelque soit le point a dans G, la fonction ψ (z) définie par (1) *et* (2) *donne une représentation conforme de G sur D, telle que les points-frontières* 1 *et* ∞ *de G ont pour images* 0 *et* ∞. *L'image dans D de la transformation $z_1 = z_1(z)$ dans G est la multiplication simple $\zeta_1 = \lambda \zeta$.*

On montre facilement que la fonction inverse de $\psi(z)$, représentant D conformément sur G, est définie par

$$z = \Phi(\zeta) = \lim_{n \to \infty} (|a_{-n}| \cdot \zeta)_n.$$