then (8) is replaced by

$$|a_0 + \lambda\gamma (a_k e^{ikx} + \bar{a}_k e^{-ikx}| \leqq \max |h(t)| \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |F(t)|\, dt.$$

Hence, letting $\lambda \to \frac{1}{2} \sec \pi/(p+2)$, we obtain

$$|a_0| + |a_k|\, \gamma \sec \frac{\pi}{[n/k]+2} \leqq C_\gamma \int_0^{2\pi} |F(t)|\, dt$$

with $C_\gamma$ as in (5).

The corresponding generalization of (10) is

$$|a_k| \leqq \tfrac{1}{4} \cos \frac{\pi}{p+2} \cdot \int_0^{2\pi} |F(t)|\, dt,$$

where $p = 2[\frac{1}{2}(n-k)/k] + 1$ is the largest odd integer with $pk \leq n$.

**Chemistry.** — *Elektrochemisch gedrag van ionen-wisselende stoffen. Potentiaalmetingen aan plantenwortels. III. Metingen aan Sinapis alba.* By W. H. VAN DER MOLEN and H. J. C. TENDELOO. (Communicated by Prof. J. W. BIJVOET.)

(Communicated at the meeting of April 26, 1947.)

Door de theorie van het Donnan-evenwicht uit te breiden en toe te passen op systemen met niet-diffusabele anionen van een zwak zuur, kon in een vorige mededeling [1]) worden aangetoond, dat het mogelijk was de potentiaal van een planten-wortel in verdunde oplossingen van KCl te beschrijven. Uit metingen van de potentiaal is de verhouding, V, der concentraties van de diffusabele ionen in en buiten de wortel te berekenen; uit de formule:

$$V^3 + \left(K' C_2 + \frac{A}{C_2 + C_1}\right) V^2 - V - K' C_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

waarin:

$K' = \frac{1}{K}$, K = dissociatie constant

$C_2$ = waterstofionenconcentratie der buitenoplossing

$C_1$ = kaliumionenconcentratie der buiten oplossing

A = concentratie van het zwakke zuur in de wortel

volgt:

$$K' C_2 + A \frac{V^2}{(V^2 - 1)(C_2 + C_1)} = -V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

waaruit te zien is, dat er een lineair verband moet zijn tussen

$$\frac{V^2}{(V^2 - 1)(C_2 + C_1)} \text{ en } -V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Voor $C_2$ werd tevoren gebruik gemaakt van de pH van de buitenoplossing. Het is echter waarschijnlijk, dat veel meer bepalend is de pH van het milieu in de onmiddellijke omgeving van de wortel, die niet te bepalen is. Daarom werd bij metingen aan wortels van Sinapis alba voor verschillende waarden van $C_2$ de betrekking (3) grafisch nagegaan. Hierbij bleek, dat de rechte lijn het best benaderd werd met $C_2 = 3{,}2 \cdot 10^{-4}$.

De wortel-potentialen bij verschillende KCl-concentraties zijn vermeld in tabel 1, als gemiddelden van daarin genoemde aantallen metingen. Voorts zijn in deze tabel de berekende waarden van V vermeld.

---

1) Versl. Ned. Akad. v. Wetensch., Afd. Natuurkunde, Vol. 53, 169 (1944).

TABEL 1.

| Conc. KCl $C_1$ | $2.10^{-1}$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ | $10^{-4}$ | $10^{-5}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Aantal metingen | 5 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| E gemiddeld | +16.0 | +12.47 | −7.87 | −29.37 | −44.27 | −51.43 |
| V berekend | — | 0.802 | 0.356 | 0.151 | 0.0832 | 0.0627 |

Het geringe aantal metingen bij de hoogste concentraties is het gevolg van de onbetrouwbaarheid dezer metingen, vermoedelijk ten gevolge van beschadiging van de wortel door de hoge KCl concentratie.

Door lineaire vereffening van (2) werd berekend:

$$K' = 2{,}36 \cdot 10^3$$

$$A = 0.0653$$

Met deze waarden werden vervolgens de waarden van V berekend met (1), en vervolgens de potentialen volgens:

$$E = 0.577 \log V.$$

In tabel 2 zijn de aldus berekende potentialen verzameld met de bij de verschillende KCl-concentraties gemeten waarden.

TABEL 2.

| Conc. KCl $C_1$ | $>10^0$ | $2.10^{-1}$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ | $10^{-4}$ | $10^{-5}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E gev. | — | +16.0 | +12.47 | − 7.87 | −29.37 | −44.27 | −51.43 |
| E ber. | +18.0 | +15.8 | +13.7 | − 5.7 | −32.6 | −47.7 | −51.0 |

*Samenvatting.*

Volgens een reeds eerder gegeven theorie blijkt, dat Sinapis alba gekarakteriseerd wordt door

$$K' = 2{,}36 \cdot 10^3 \text{ en } A = 0.0653.$$

*Laboratorium voor Physische- en Kolloidchemie.*

*Wageningen,* Maart–April 1947.

**Applied Mechanics.** — *On the plastic stability of thin plates and shells.* By P. P. BIJLAARD. (Communicated by Prof. F. A. VENING MEINESZ.)

(Communicated at the meeting of May 31, 1947.)

About nine years ago we published in these Proceedings our theory on the plastic stability of thin plates [1]). Some time ago KOLLBRUNNER communicated very extensive and systematic tests on the same subject [2]). It appeared that these tests confirm our theory completely.

The tests were effected with thin plates of avional, an aluminium alloy, whilst the stress-strain graph of the material was determined by compression of short plates.

We will compare here the tests as given by KOLLBRUNNER in his figures 33, 34 and 35 with the results of our theory. All these tests relate to plates, compressed in longitudinal direction and supported at the unloaded sides.

Fig. 33 refers to plates of which the unloaded sides are simply supported. According to our theory [3]) the buckling force of such plates is, if the entire plate deforms plastically

$$h\sigma_x = (2\pi^2 EI/b^2)(\sqrt{AD} + B + 2F) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

The modulus of elasticity $E$ of avional is 715000 kg/cm². The thickness $h$ and the breadth $b$ of the plates were 0,2 cm and 6,2 cm respectively, so that $\pi^2 EI/b^2 = \pi^2 Eh^3/12\,b^2 = 122{,}8$ kg/cm. Furthermore, as in this case the second principal stress is zero, so that $\beta = \varrho_2/\varrho_1 = 0$ and $\eta^2 = \beta^2 - \beta + 1 = 1$, we have [4])

$$A = \varphi_1/\varphi_4,\ B = \varphi_2/\varphi_4,\ D = \varphi_3/\varphi_4,\ F = m/(2m + 2 + 3em),$$

in which

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= m^2\{E + (4 + 3e)\tan\varphi\} \\ \varphi_2 &= 2m(mE + 2\tan\varphi) \\ \varphi_3 &= 4m^2(E + \tan\varphi) \\ \varphi_4 &= m(5m - 4 + 3em)E + \{4(m^2 - 1) + 3em^2\}\tan\varphi \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

in which $m = 1/\nu = 10/3$, value $\nu$ being POISSON's ratio, $e = E\,\varepsilon_p/\sigma$ and $\tan\varphi = d\sigma/d\varepsilon_p$, the latter two values having to be measured from the stress-strain graph with pure compression at a stress $\sigma$ being equal to the

1) BIJLAARD, Proc. Kon. Akad. v. Wetensch., Amsterdam, Nrs. 5 and 7 (1938).
2) KOLLBRUNNER, Mitt. a. d. Institut f. Baustatik, Zürich, Nr. 17 (1946).
3) BIJLAARD, loc. cit. eq. (53).
4) BIJLAARD, loc. cit. eqs. (22)—(24).